

**CLOVIS GABOARDI**

**GENERALIZAÇÃO E ANÁLISE MULTIRRESOLUÇÃO DE  
MODELOS DIGITAIS DO TERRENO COM BASE EM  
TRANSFORMADA *WAVELET***

**Tese apresentada como requisito parcial à  
obtenção do grau de Doutor em Ciências  
Geodésicas, Setor de Ciências da Terra,  
Universidade Federal do Paraná.**

**Orientador: Dr. Edson Aparecido Mitishita**

**Co-orientador: Dr. Henrique Firkowski**

**CURITIBA**

**2009**


## TERMO DE APROVAÇÃO


CLOVIS GABOARDI

“GENERALIZAÇÃO E ANÁLISE MULTIRRESOLUÇÃO DE MODELOS DIGITAIS  
DO TERRENO COM BASE EM TRANSFORMADA WAVELET ”

Tese nº 65 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

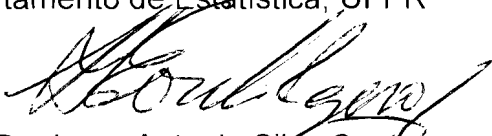
Orientadora:

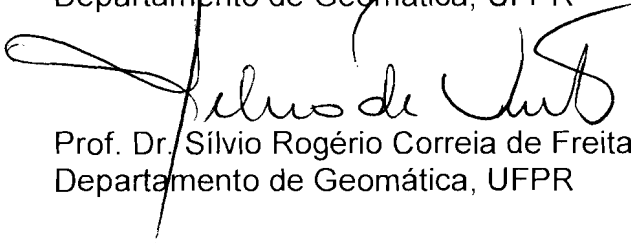
  
Prof. Dr. Edson Aparecido Mitishita  
Departamento de Geomática, UFPR

  
Prof. Dr. Hélio Pedrini  
Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP

  
Prof. Dr. Atílio Antonio Disperati  
Universidade Estadual do Centro Oeste, UNICENTRO

  
Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto  
Departamento de Estatística, UFPR

  
Prof. Dr. Jorge Antonio Silva Centeno  
Departamento de Geomática, UFPR

  
Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas  
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 28 de agosto de 2009.

## AGRADECIMENTOS

Ao Exército Brasileiro e à Universidade Federal do Paraná, pela oportunidade concedida para o aprimoramento dos conhecimentos.

Aos professores Edson Aparecido Mitishita e Henrique Firkowski, pela orientação e apoio durante toda a execução deste trabalho.

Ao Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento (LACTEC), pela cessão dos dados do sistema *Laser Scanner* utilizados neste trabalho.

À minha esposa Dayse e aos meus filhos, Giovanna e Gabriel, pelo carinho e compreensão demonstrados.

A todos os professores, funcionários e alunos do Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, pelo apoio e amizade.

A todos que direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta tese.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>vi</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE SIGLAS .....</b>	<b>xi</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xiii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 OBJETIVO GERAL.....	2
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	3
1.3 JUSTIFICATIVA .....	3
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	5
<b>2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....</b>	<b>7</b>
2.1 REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA .....	7
2.1.1 Introdução.....	7
2.1.2 Aplicações do MDT .....	9
2.1.3 Métodos de representação da superfície topográfica.....	11
2.1.3.1 Métodos Matemáticos .....	11
2.1.3.1.1 <i>Métodos matemáticos globais</i> .....	12
2.1.3.1.2 <i>Métodos matemáticos locais</i> .....	13
2.1.3.2 Métodos Gráficos ( <i>Raster</i> ) .....	14
2.1.4 Elementos do MDT .....	15
2.1.5 Formas tradicionais de obtenção de dados para geração de um MDT .....	16
2.1.5.1 Fotogrametria .....	16
2.1.5.2 Lidar .....	18
2.1.5.3 Interferometria de Radar de Abertura Sintética (INSAR).....	18
2.1.5.4 Digitalização.....	19
2.1.5.5 Aquisição Direta por Levantamentos Topográficos.....	21
2.1.6 Modelos de dados .....	21
2.1.6.1 Curvas de Nível .....	22
2.1.6.2 TIN .....	22
2.1.6.3 Grade Regular.....	23
2.1.7 Armazenamento e processamento .....	24

2.1.8	Interpolação .....	26
2.1.8.1	Interpolação por Superfície Triangular Plana.....	27
2.1.9	Obtenção da rede de drenagem.....	28
2.2	SISTEMAS DE LASER SCANNER (LIDAR) .....	31
2.2.1	O sistema Lidar aerotransportado.....	32
2.2.1.1	Sistema de posicionamento e navegação.....	33
2.2.1.2	Sensor laser.....	33
2.2.1.2.1	<i>Princípios físicos do laser</i> .....	33
2.2.1.2.2	<i>Princípio de funcionamento</i> .....	34
2.2.1.3	Reflexões do pulso laser.....	39
2.2.2	Exemplos de sistemas Lidar aerotransportados .....	40
2.2.3	Obtenção de MDT .....	41
2.3	TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> .....	43
2.3.1	Introdução.....	43
2.3.2	Transformada de Fourier: domínio do espaço x domínio da frequência.....	44
2.3.3	Transformada <i>wavelet</i> .....	49
2.3.4	Análise multirresolução (AMR).....	56
2.4	GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA .....	60
2.4.1	Modelos conceituais .....	61
2.4.2	Generalização de superfícies .....	64
2.4.3	Trabalhos em generalização de superfícies .....	67
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	71
3.1	RECURSOS DE HARDWARE E SOFTWARE .....	71
3.2	REGIÃO DE ESTUDO E DADOS UTILIZADOS .....	71
3.3	METODOLOGIA.....	75
3.3.1	Manipulação dos Dados Lidar .....	75
3.3.2	Simulação .....	76
3.3.3	Generalização por transformada <i>wavelet</i> .....	79
3.3.4	Generalização por Krigagem.....	81
3.3.5	Análise de exatidão.....	82
3.3.5.1	Análise de exatidão global.....	82
3.3.5.2	Análise de exatidão de pontos da rede de drenagem.....	84
3.3.5.3	Testes de hipótese.....	84

<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>88</b>
4.1 SIMULAÇÃO .....	90
4.1.1 Avaliação visual .....	92
4.1.2 Avaliação analítica .....	92
4.2 ÁREA DE ESTUDO CAPIVARI .....	100
4.2.1 Pontos de verificação.....	102
4.2.2 Generalização por transformada <i>wavelet</i> de Haar .....	103
4.2.3 Generalização por transformada <i>wavelet</i> de Daubechies .....	107
4.2.4 Generalização por transformada <i>wavelet</i> Symlet .....	111
4.2.5 Generalização por Krigagem.....	113
4.3 ÁREA DE ESTUDO DRENAGEM .....	116
4.3.1 Generalização por transformada <i>wavelet</i> de Haar .....	117
4.3.2 Generalização por transformada <i>wavelet</i> de Daubechies .....	120
4.3.3 Generalização por transformada <i>wavelet</i> Symlet .....	122
4.3.4 Generalização por Krigagem.....	123
4.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS .....	125
4.4.1 Avaliação visual .....	125
4.4.1.1 Comparação das redes de drenagem.....	127
4.4.2 Avaliação analítica .....	131
4.4.2.1 Avaliação analítica da área de estudo Capivari.....	131
4.4.2.2 Avaliação analítica da área de estudo Drenagem .....	133
<b>5. CONCLUSÃO.....</b>	<b>135</b>
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	136
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>138</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - MÉTODOS DE REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPO-GRÁFICA .....	12
FIGURA 2.2 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA FOTOGRAMETRIA .....	17
FIGURA 2.3 – CURVAS DE NÍVEL E RESPECTIVA REDE TRIANGULAR IRREGULAR (TIN) .....	23
FIGURA 2.4 – ARGUMENTOS PARA O ARMAZENAMENTO EFICIENTE DE DADOS PARA GERAÇÃO DE MDT .....	26
FIGURA 2.5 – SUPERFÍCIE TRIANGULAR PLANA .....	28
FIGURA 2.6 – CÁLCULO DO FLUXO DE DRENAGEM .....	28
FIGURA 2.7 – EXEMPLO DE REDE DE DRENAGEM EXTRAÍDA DE UM MDT NO FORMATO DE GRADE REGULAR .....	30
FIGURA 2.8 – O SISTEMA LIDAR AEROTRANSPORTADO .....	32
FIGURA 2.9 – PULSOS EMITIDOS E RECEBIDOS DO LIDAR.....	35
FIGURA 2.10 - ÂNGULO DE ABERTURA .....	37
FIGURA 2.11 - FREQUÊNCIAS DE PERFILAMENTO.....	37
FIGURA 2.12 - REFLEXÕES DO PULSO LASER .....	39
FIGURA 2.13 - MDS E MDT .....	42
FIGURA 2.14 - DECOMPOSIÇÃO DE UMA FUNÇÃO EM COMPONENTES DE FREQUÊNCIA .....	46
FIGURA 2.15 - TRANSFORMADA DE FOURIER .....	47
FIGURA 2.16 - REPRESENTAÇÃO DE SUPERFÍCIES POR MEIO DE ONDAS BIDIMENSIONAIS .....	49
FIGURA 2.17 - TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> .....	50
FIGURA 2.18 - EXEMPLOS DE FUNÇÕES <i>WAVELETS</i> .....	51
FIGURA 2.19 - TRANSLAÇÃO E MUDANÇA DE ESCALA DE UMA <i>WAVELET</i> .....	53
FIGURA 2.20 - SEQUÊNCIA DE CÁLCULO DA TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> .....	55
FIGURA 2.21 - TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> E MULTIRRESOLUÇÃO .....	59
FIGURA 2.22 - GENERALIZAÇÃO GEOMÉTRICA E GENERALIZAÇÃO CONCEITUAL.....	64
FIGURA 2.23 - SEGMENTAÇÃO EM MULTIRRESOLUÇÃO PARA A DETECÇÃO DE EDIFICAÇÕES EM ÁREAS URBANAS COM DADOS LIDAR .....	68

FIGURA 3.1 – REGIÃO DE ESTUDO .....	72
FIGURA 3.2 – IMAGEM INTENSIDADE DA ÁREA DE ESTUDO CAPIVARI .....	72
FIGURA 3.3 – MDT DA ÁREA DE ESTUDO CAPIVARI: VISTA DE PERFIL .....	73
FIGURA 3.4 – ÁREAS DE ESTUDO: GRADES CAPIVARI E DRENAGEM.....	74
FIGURA 3.5 – MDT SIMULADO PELA FUNÇÃO DA EQUAÇÃO 3.1 .....	77
FIGURA 3.6 - FLUXOGRAMA.....	78
FIGURA 3.7 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> : DIAGRAMA ESQUEMÁTICO E TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE DAUBECHIES NÍVEL 1 .....	80
FIGURA 3.8 – MATRIZ DE COEFICIENTES <i>WAVELETS</i> .....	81
FIGURA 4.1 – PONTOS CRÍTICOS DA SUPERFÍCIE GERADA PELA FUNÇÃO DESCRITA NA EQUAÇÃO 3.1 .....	91
FIGURA 4.2 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR.....	93
FIGURA 4.3 – MDT SIMULADO: GRADE 1024x1024 E GRADES MENORES .....	95
FIGURA 4.4 – PONTOS CRÍTICOS: GRÁFICO DAS DIFERENÇAS DE ALTITU- DES ENTRE OS PONTOS RESULTANTES DA TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> E OS CORRESPONDENTES PONTOS HOMÓLOGOS DO MDT SIMULADO.....	99
FIGURA 4.5 – REPRESENTAÇÃO DAS DIFERENÇAS DE ALTITUDES ENTRE OS PONTOS RESULTANTES DA TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> E OS PONTOS HOMÓLOGOS DO MDT SIMULADO.....	95
FIGURA 4.6 – DIFERENÇAS DE ALTITUDES .....	100
FIGURA 4.7 – REPRESENTAÇÃO DO MDT POR CORES HIPSOMÉTRICAS E POR CURVAS DE NÍVEL .....	101
FIGURA 4.8 – PONTOS DE VERIFICAÇÃO DA GRADE CAPIVARI.....	102
FIGURA 4.9 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR.....	104
FIGURA 4.10 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR	105
FIGURA 4.11 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR	106
FIGURA 4.12 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE DAUBECHIES DE 2ª ORDEM .	108
FIGURA 4.13 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE DAUBECHIES DE 3ª ORDEM .	109
FIGURA 4.14 – TRANSFORMADAS <i>WAVELETS</i> DE DAUBECHIES DE 2ª ORDEM E 3ª ORDEM.....	110



FIGURA 4.15 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> SYMLET .....	112
FIGURA 4.16 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> SYMLET.....	113
FIGURA 4.17 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM .....	114
FIGURA 4.18 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM .....	115
FIGURA 4.19 – REDES DE DRENAGEM E PONTOS DE VERIFICAÇÃO .....	117
FIGURA 4.20 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR .....	119
FIGURA 4.21 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR.....	120
FIGURA 4.22 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE DAUBECHIES .....	121
FIGURA 4.23 – TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> SYMLET.....	122
FIGURA 4.24 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM .....	124
FIGURA 4.25 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM .....	125
FIGURA 4.26 – GENERALIZAÇÃO CURVAS DE NÍVEL: TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR.....	126
FIGURA 4.27 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR – RESOLUÇÃO DE 5 METROS.....	128
FIGURA 4.28 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR – RESOLUÇÃO DE 10 METROS.....	129
FIGURA 4.29 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR – RESOLUÇÃO DE 20 METROS.....	129
FIGURA 4.30 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR – RESOLUÇÃO DE 40 METROS.....	130
FIGURA 4.31 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR – RESOLUÇÃO DE 80 METROS.....	130

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – DIGITALIZAÇÃO MANUAL E AUTOMÁTICA .....	21
TABELA 2.2 – RESOLUÇÃO x ALTURA DE VOO .....	39
TABELA 2.3 – CARACTERÍSTICAS DE SISTEMAS LIDAR .....	40
TABELA 4.1 – DIMENSÕES E RESOLUÇÕES DAS GRADES .....	88
TABELA 4.2 – REDUÇÃO DE GRADE POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> .....	89
TABELA 4.3 – ALTITUDES DOS PONTOS CRÍTICOS DO MDT SIMULADO: GENERALIZAÇÃO PELA TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR .....	93
TABELA 4.4 – ALTITUDES DOS PONTOS CRÍTICOS DAS GRADES DO MDT SIMULADO .....	96
TABELA 4.5 – PONTOS CRÍTICOS: DIFERENÇAS DE ALTITUDES ENTRE OS PONTOS RESULTANTES DA TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> E OS RESPECTIVOS PONTOS HOMÓLOGOS .....	96
TABELA 4.6 – COMPARAÇÃO DO MDT SIMULADO E DAS GENERALI- ZAÇÕES PELA TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR .....	104
TABELA 4.7 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR .....	100
TABELA 4.8 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE DAUBECHIES .....	110
TABELA 4.9 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> SYMLET .....	111
TABELA 4.10 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM .....	114
TABELA 4.11 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE HAAR .....	118
TABELA 4.12 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> DE DAUBECHIES .....	121
TABELA 4.13 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> SYMLET .....	122
TABELA 4.14 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM .....	123

TABELA 4.15 – COMPARAÇÃO DAS REDES DE DRENAGEM .....	128
TABELA 4.16 – “Z” DO TESTE DE HIPÓTESE (CAPIVARI) .....	132
TABELA 4.16 – “Z” DO TESTE DE HIPÓTESE (DRENAGEM) .....	134

## LISTA DE SIGLAS

ASI	-	Agenzia Spaziale Italiana
DLR	-	Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt
DTED	-	Digital Terrain Elevation Data
GPS	-	Global Positioning System
IBGE	-	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IMU	-	Inertial Measurement Unit
INS	-	Inertial Navigation System
Insar	-	Interferometric Synthetic Aperture Radar
Ladar	-	Laser Detection and Ranging
Lidar	-	Light Detection and Ranging
MDS	-	Modelo Digital de Superfície
MDT	-	Modelo Digital do Terreno
MRA	-	Multi Resolution Analysis
Nasa	-	National Aeronautics and Space Administration
Nima	-	National Imaging and Mapping Agency
RMSE	-	Root Mean Square Error
SAR	-	Sinthetic Aperture Radar
SIG	-	Sistema de Informações Geográficas
Sivam	-	Sistema de Vigilância da Amazônia
SRTM	-	Shuttle Radar Topographic Mission
TIN	-	Triangular Irregular Network
USGS	-	United States Geological Survey

## RESUMO

Os modelos digitais de terreno (MDT) têm sido empregados nas mais diversas áreas do conhecimento em que se necessita de visualização e análise da superfície geográfica em três dimensões. O formato de grade regular tem sido largamente empregado para o armazenamento de dados de MDT por sua simplicidade de algoritmo e rapidez de processamento. Os sistemas de *laser scanner* permitem a obtenção de modelos digitais de terreno de alta resolução e com grande acurácia. Este trabalho tem por objetivo verificar o comportamento da transformada *wavelet* na generalização de modelos digitais do terreno sob a forma de grades regulares, obtidas a partir de dados do *laser scanner*. Este trabalho justifica-se pelo fato de que, em pesquisa feita sobre o assunto, observou-se que a transformada *wavelet* tem sido largamente utilizada para o tratamento multiescalar (multirresolução) em áreas tão diversas como matemática, geofísica, astronomia, física, processamento de sinais e imagens, engenharia elétrica, medicina, entre outras. Entretanto, a quantidade de trabalhos publicados na área de Geociências é ainda muito pequena, apesar das propriedades da transformada *wavelet*, que a tornam uma ferramenta matemática natural para generalização e análise em diferentes escalas. As transformadas *wavelets* foram implementadas em programas na linguagem Matlab. Foram utilizadas as *wavelets* de Haar, Daubechies e Symlets. A generalização por Krigagem foi utilizada para a comparação dos resultados. Os resultados obtidos nos experimentos realizados permitem afirmar que a transformada *wavelet* pode ser utilizada como alternativa para a generalização de MDT em razão da facilidade de implementação, baixo custo computacional, alta velocidade de processamento e acurácia compatível com a resolução obtida no MDT generalizado, além de ser um método natural de análise multirresolução.

Palavras-Chave: Modelagem Digital de Terreno, Generalização, Transformada *Wavelet*, Lidar, Sistema *Laser Scanner*.

## ABSTRACT

The digital terrain models (DTM) have been used in several areas of knowledge for the visualization and analysis of geographic surface in three dimensions. The regular grid format has been widely used for data storage of DTM due to its algorithm simplicity and fast processing. The laser scanner systems allow obtaining digital elevation models with high resolution and great accuracy. This work aims at studying the behavior of the wavelet transform for digital terrain models generalization in form of regular grids, obtained from laser scanner data. This work is justified because it was observed in papers available that the wavelet transform has been widely used for treating multiscale (multiresolution) in areas as mathematics, geophysics, astronomy, physics, signal and images processing, electrical engineering, medicine, among others. However, the number of published studies of Geosciences is still very small, although the properties of the wavelet transform, which makes it a natural mathematical tool for generalization and analysis at different scales. The wavelet transforms were implemented in Matlab language programs. Haar, Daubechies and Symlet wavelets were used. The Kriging generalization was used for the comparison of the results. The experiments shown that the wavelet transform can be used as an alternative for generalization of DTM due to the implementation facility, low computational cost, high processing speed and accuracy compatible with the resolution obtained in the generalized DTM, and be a natural method for multiresolution analysis.

**Keywords:** Digital Terrain Modeling, Generalization, Wavelets Transform, Lidar, Laser Scanner System.

# 1 INTRODUÇÃO

Em 1958, C. L. Miller e R. A. Laflamme, dois pesquisadores do Laboratório de Fotogrametria do Instituto Tecnológico de Massachussets, lançaram o conceito de Modelo Digital de Terreno (MDT), ao integrar um sistema fotogramétrico com a computação eletrônica (MILLER e LAFLAMME, 1958). Desde então, o processamento, a análise e a visualização do terreno passaram por uma migração inexorável do papel para o computador. Esta migração acompanhou o avanço dos sistemas computacionais e hoje a modelagem digital do terreno é utilizada em praticamente todas as aplicações em que há necessidade de conhecer o espaço geográfico em três dimensões.

Paralelamente ao avanço dos métodos computacionais de processamento do MDT, houve também avanços notáveis nas formas de obtenção de dados planialtimétricos do terreno. Novas tecnologias permitem hoje a obtenção de pontos amostrais para a geração de Modelos Digitais de Terreno com melhores resoluções espaciais e novas possibilidades de aplicações. São exemplos: o voo fotogramétrico posicionado com a integração de sistemas GPS (*Global Positioning System*) e INS (*Inertial Navigation System*), a Interferometria de Radar de Abertura Sintética (*Interferometria SAR* ou *InSAR*) e os sistemas Laser Scanner ou Lidar (*Light Detection and Ranging*).

Ao mesmo tempo, surgiram novas necessidades e usuários, com a demanda de dados mais acurados, visualização em tempo real em múltiplas escalas, resoluções maiores e processamentos mais rápidos. Como exemplos destas novas aplicações, podem-se citar: localização da posição de antenas para telefonia celular; modelagem matemática do relevo para simuladores de voos de baixa altitude; sistemas de guiagem de mísseis; aplicações de realidade virtual; e aplicações de realidade aumentada.

Estas novas tecnologias e demandas causaram um aumento de aplicativos de MDTs nos Sistemas de Informações Geográficas (SIGs) mais atuais, que por sua vez demandam sistemas computacionais com maior capacidade e velocidade de

processamento. Por outro lado, houve um crescimento das aplicações que utilizam a transmissão de dados de terreno por meio eletrônico, com destaque para a Internet. Estas aplicações necessitam da redução da quantidade de dados para aumentar a velocidade de transmissão. Além disso, a importância da utilização de MDT em SIG advém da possibilidade de obtenção dos atributos do relevo como determinação de declividades, determinação de linhas de visada, possibilidade de realizar cálculos de volume, entre outros.

Dentre as estruturas de armazenamento de dados relativos a pontos amostrais para a geração de MDT, o formato de grade regular vem se tornando um padrão, devido às suas características, que incluem menor necessidade de memória para armazenamento, topologia implícita e facilidade de processamento (PEDRINI, 2000; LI et al., 2004; EL-SHEIMY et al., 2005), como será visto com mais detalhes no Capítulo 2.

A transformada *wavelet*, em sua formulação matemática consolidada, surgiu na década de 1980, fruto do trabalho de pesquisadores de diversas áreas do conhecimento, com destaque para Morlet, Grossman, Meyer, Mallat e Daubechies (BURRUS et al., 1998). Em pouco tempo, a transformada *wavelet* passou a ser utilizada em diversas áreas do conhecimento, nos casos em que há necessidade de visualização e análise em diferentes escalas. Em áreas como geofísica, astronomia, física, processamento de sinais, processamento de imagens, engenharia elétrica e medicina, entre outras, a aplicação das transformadas *wavelets* tem sido largamente explorada, como pode ser constatado pela vasta literatura disponível sobre o assunto. Entretanto, na área de Ciências Geodésicas, a quantidade de trabalhos publicados ainda é muito pequena, apesar de ser um método natural de análise multiescalar.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral desta pesquisa consiste no desenvolvimento de uma metodologia para a análise multirresolução e generalização de grades regulares para



fins de geração de MDT em diferentes resoluções, com base na transformada *wavelet* e dados provenientes do Lidar.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos a serem atingidos com a presente proposta são os seguintes:

- a) verificar a aplicabilidade da transformada *wavelet* na generalização e análise da representação da superfície topográfica representada por meio de grades regulares;
- b) fazer a seleção de funções *wavelets* que sejam mais adequadas à modelagem do relevo;
- c) reconstruir grades nas resoluções determinadas para a modelagem do relevo em diferentes escalas; e
- d) analisar a acurácia das grades geradas em diferentes resoluções.

## 1.3 JUSTIFICATIVA

A evolução ocorrida nas Ciências Geodésicas, particularmente nas áreas de Cartografia e SIG, acarretou um aumento na demanda por dados geográficos em meio digital. Estes dados necessitam ser processados, analisados e difundidos para os usuários de maneira eficiente e eficaz.

O sistema de varredura a laser aerotransportado tornou-se uma tecnologia importante para a obtenção de dados para a modelagem digital do terreno devido às suas características de precisão, acurácia e alto grau de automação. O laser scanner fornece um conjunto de dados que permitem o detalhamento da superfície devido ao grande número de pontos gerados pelo sistema, da ordem de  $10^6$  pontos por  $\text{km}^2$ .

A grande quantidade de pontos gerados pelo laser scanner faz com que haja redundância de pontos, quando se necessita trabalhar em aplicações com uma resolução menor que a originalmente gerada. Nestes casos, torna-se necessário aplicar

algoritmos de simplificação que diminuam a resolução dentro de níveis aceitáveis de perda de acurácia. Um exemplo deste tipo de aplicação é a transmissão via internet, na qual uma visão geral do terreno em escala menor deve ser disponibilizada imediatamente, para em seguida serem disponibilizadas as visualizações em escalas maiores, de acordo com a solicitação do usuário. Por este motivo, torna-se importante o desenvolvimento de novas metodologias e novas ferramentas matemáticas e computacionais que permitam melhor desempenho no processamento e análise de relevo representado por esta estrutura de dados.

Por este motivo, em aplicações nas quais se necessita realizar a transmissão de dados para a modelagem do terreno ou a visualização do terreno em diferentes níveis de resolução, torna-se necessária a redução da densidade de pontos a fim de adaptá-la ao nível de detalhamento desejado. A Análise Multirresolução (AMR) permite a decomposição da informação e a sua recuperação em diferentes níveis de detalhes, o que possibilita a análise do relevo em diferentes escalas e permite adequar a transmissão dos dados de acordo com a resolução solicitada.

Dentre as características da transformada *wavelet*, estão a simplicidade dos algoritmos, a facilidade de implementação, a acurácia dos resultados e a inversibilidade. Além disso, em cada nível de generalização, os coeficientes *wavelets* podem ser utilizados para determinar a diferencial da função transformada, o que permite, no caso do MDT, a análise de aspectos do terreno como declividade, curvatura e localização de discontinuidades, entre outros. Estas características tornam a transformada *wavelet* uma ferramenta matemática especialmente indicada para a AMR.

Devido às suas características, a transformada *wavelet* tem se mostrado uma ferramenta importante para a AMR, com aplicações em diversas áreas da ciência. Entretanto, nas Ciências Geodésicas, em geral, e na Cartografia em particular, a transformada *wavelet* ainda é pouco utilizada, apesar de ter sido citada por MEYER (1993), um dos principais responsáveis pelo seu desenvolvimento, como exemplo de

situação em que a transformada *wavelet* pode ser utilizada para o tratamento multiescalar.

Portanto, tem-se por um lado a necessidade de generalização e AMR de MDT de alta precisão gerados por sistemas Lidar e por outro, uma ferramenta matemática que tem sido largamente utilizada para AMR em outras áreas do conhecimento. Neste trabalho pretende-se mostrar que a transformada *wavelet* é uma ferramenta eficaz e eficiente para a generalização e AMR de MDT, devido às suas características de simplicidade dos algoritmos, rapidez de processamento e precisão dos resultados compatíveis com a escala de generalização obtida.

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura proposta para este trabalho consiste de cinco capítulos. No primeiro capítulo, aborda-se a presente introdução, na qual o problema é descrito e onde se apresenta a proposta de solução e os objetivos a atingir. No Capítulo 2, é apresentada uma revisão dos fundamentos teóricos que embasam este trabalho, iniciando na Seção 2.1 pelo estudo da modelagem digital do terreno, dos métodos de representação da superfície topográfica e dos modelos de dados utilizados em MDT. Na Seção 2.2, tem-se uma revisão bibliográfica da utilização do Laser Scanner na obtenção de dados para a geração de MDT. Na Seção 2.3, são apresentados os conceitos fundamentais da transformada *wavelet* e sua aplicação em Análise Multirresolução (AMR). Já na Seção 2.4, são apresentados os principais modelos conceituais da generalização cartográfica, os conceitos envolvidos na generalização de superfícies, os principais trabalhos citados na literatura que tratam da generalização de superfícies. No Capítulo 3, são descritos os materiais utilizados, a região de estudo e a metodologia a ser empregada na solução do problema proposto. No Capítulo 4, são mostrados os testes implementados, os resultados obtidos e a análise destes resultados. Inicialmente, na Seção 4.1, são apresentados os resultados obtidos com a generalização pela transformada *wavelet* de Haar, de uma superfície simulada matematicamente. Nas

Seções 4.2 e 4.3, são apresentados os resultados das generalizações realizadas nos MDTs das áreas de estudo, pelo método de Krigagem e pelas transformadas *wavelets* de Haar, Daubechies e Symlet. Na seção 4.4, é apresentada a avaliação, por meio de testes de hipótese, dos resultados obtidos nas seções anteriores. No Capítulo 5, são mostradas as conclusões obtidas a partir das análises realizadas e feitas as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo, são revisados e discutidos os fundamentos teóricos e as pesquisas que embasam o presente trabalho. São apresentados os fundamentos da representação da superfície topográfica, do sistema Lidar, da transformada *wavelet* e da generalização cartográfica, na forma de uma descrição resumida dentro do contexto desta tese.

### 2.1 REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA

Desde os primórdios da civilização, o homem sempre necessitou representar o terreno de modo que pudesse nele se orientar e transmitir os conhecimentos adquiridos a outras pessoas. Durante muitos séculos, o mapa desenhado manualmente com base no conhecimento empírico foi o principal meio utilizado com esta finalidade. Posteriormente, a evolução dos métodos de obtenção do conhecimento sobre o terreno e da tecnologia de impressão permitiu que a representação da superfície topográfica fosse realizada com maior precisão e acurácia. A partir de meados do século XX, o advento da computação permitiu o surgimento de vários métodos de representação do terreno com o uso intensivo da computação gráfica e modelos matemáticos (LI et al., 2004). Atualmente, as tecnologias disponíveis para a obtenção dos dados do terreno e os métodos para a representação e análise da superfície topográfica permitem uma ampla gama de aplicações, ao mesmo tempo em que tornam necessários estudos de novas técnicas de armazenamento e de análise destes dados.

#### 2.1.1 Introdução

O termo Modelo Digital do Terreno foi utilizado pela primeira vez em 1958 por Miller e Laflamme, dois pesquisadores do Instituto Tecnológico de Massachussets (MIT), que criaram modelos altimétricos do terreno a partir da medição fotogramétrica de altitudes de pontos regularmente espaçados no terreno. Segundo MILLER e

LAFLAMME (1958), “o MDT é a representação estatística da superfície contínua do terreno por meio de um grande número de pontos selecionados com as coordenadas  $(x, y, z)$  conhecidas num determinado sistema de coordenadas”. Desde então, diversos outros termos e definições passaram a ser utilizados tanto para a modelagem do terreno no sentido proposto por MILLER e LAFLAMME (1958) como para descrever outros processos de modelagem de superfícies.

BURROUGH (1986) define Modelo Digital de Elevação (MDE) como toda representação digital da variação contínua do relevo no espaço e diferencia os termos MDE, usado para modelos que contenham somente dados de elevação, do termo MDT, usado para modelos que podem conter outros atributos que variam no espaço, tais como temperatura ou gravimetria.

Segundo KRAAK e ORMELING (1996), “o MDT é usualmente definido como uma representação numérica das características do terreno” e o MDE é um caso particular de MDT, usado quando estas características se referem apenas aos aspectos altimétricos.

Para a comunidade científica usuária de dados do Lidar (*Light Detection and Ranging*), tornou-se comum utilizar o termo MDT para a representação das altitudes do relevo, em contraposição ao termo MDS (Modelagem Digital de Superfícies), que inclui as altitudes de edifícios, copas de vegetação e outras feições naturais ou artificiais (HAALA e BRENNER, 1998; CAVASSIM et al. (2005); BALTASAVIAS et al., 2001; PFEIFER, 2005; WEHR e LOHR, 1999).

Para JONES (1997), nas ciências geográficas há dois tipos de modelagem de superfícies:

- a) modelagem da superfície física do terreno (altitude da superfície topográfica); e
- b) modelagem de superfícies abstratas, que representam a distribuição de variáveis estatísticas que variam no espaço.

A maioria das técnicas de manuseio de superfícies é comum aos dois tipos de aplicações acima citadas. As superfícies abstratas são utilizadas nos mais diversos estudos, como, por exemplo:

- a) estudos socioeconômicos para a compreensão da variação de fenômenos como a densidade populacional de uma região; e
- b) representação do campo gravitacional e magnético para estudos geofísicos.

O termo MDE é também utilizado para designar especificamente grades regulares com valores de altitudes (THEOBALD, 1989; WOOD, 1996; EL-SHEIMY et al., 2005; LI et al., 2004).

Verifica-se, portanto, que os vários termos existentes para a modelagem do relevo são usados às vezes como sinônimos e outras vezes para designar contextos diferentes. No presente trabalho, foram adotados os termos **Modelo Digital de Terreno (MDT)** para designar o relevo e **Modelo Digital de Superfície (MDS)** para designar as superfícies das feições naturais e artificiais.

### 2.1.2 Aplicações do MDT

A importância da utilização de MDT associado com um SIG advém da possibilidade de obtenção dos atributos do terreno como declividade, linhas de visada, cálculos de volume, entre outros, de acordo com as necessidades do usuário. Segundo MOORE et al. (1993), é mais eficiente, em um SIG, incluir uma função de análise do terreno para o cálculo dos atributos do terreno, sempre que isso se tornar necessário, do que armazenar todos os atributos do terreno neste SIG.

Outro fator para o crescimento do interesse pela modelagem do terreno foi o surgimento, na década de 1980, da realidade virtual, processo que permite a interação do usuário com o computador na manipulação dinâmica de cenas em 3 dimensões.

Os dados de MDT são obtidos a partir da medição de altitudes de pontos amostrais do terreno. Para se obter a altitude de um ponto que não pertence ao

conjunto de amostras, faz-se a interpolação. A interpolação é um procedimento pelo qual se calcula a altitude de um ponto do terreno a partir dos valores de altitudes conhecidos de pontos próximos. Este procedimento se torna necessário nos seguintes casos (BURROUGH e MCDONNEL, 1998):

- a) a superfície discretizada é representada por um modelo de dados diferente do requerido; e
- b) a superfície discretizada tem orientação ou resolução diferente do requerido.

Embora as superfícies interpoladas variem ao longo dos 3 eixos, usualmente o MDT não é considerado representação 3D. Este termo é mais apropriadamente utilizado para a representação na qual o atributo varie continuamente nas 3 dimensões. No presente trabalho, o termo 3D será utilizado para representação de superfícies.

Entre as principais aplicações do MDT, encontram-se (BURROUGH, 1986):

- a) armazenamento de dados de elevação para bases nacionais de mapas topográficos digitais;
- b) cálculos de cortes e aterros em projetos de rodovias e outros projetos de engenharia;
- c) visualização 3D da forma do terreno para fins militares (sistemas de guiagem de mísseis e treinamento de pilotos) e paisagísticos;
- d) análise de visibilidade do terreno para fins militares e paisagísticos;
- e) projetos de traçados de rodovias e localização de represas;
- f) cálculo de mapas de declividade para estudos geomorfológicos e de estimação de erosão;
- g) como “pano de fundo” para a visualização de informações temáticas ou para combinar dados de relevo com dados temáticos como vegetação e ocupação do solo; e
- h) provisão de dados para modelos de simulação que utilizem imagens de paisagens.



Segundo WEIBEL e HELLER (1990), o desenvolvimento de aplicativos para MDT deve ser sempre avaliado por especialistas na aplicação, ou seja, deve haver estreita colaboração entre a equipe de Pesquisa e Desenvolvimento e usuários especialistas.

### 2.1.3 Métodos de representação da superfície topográfica

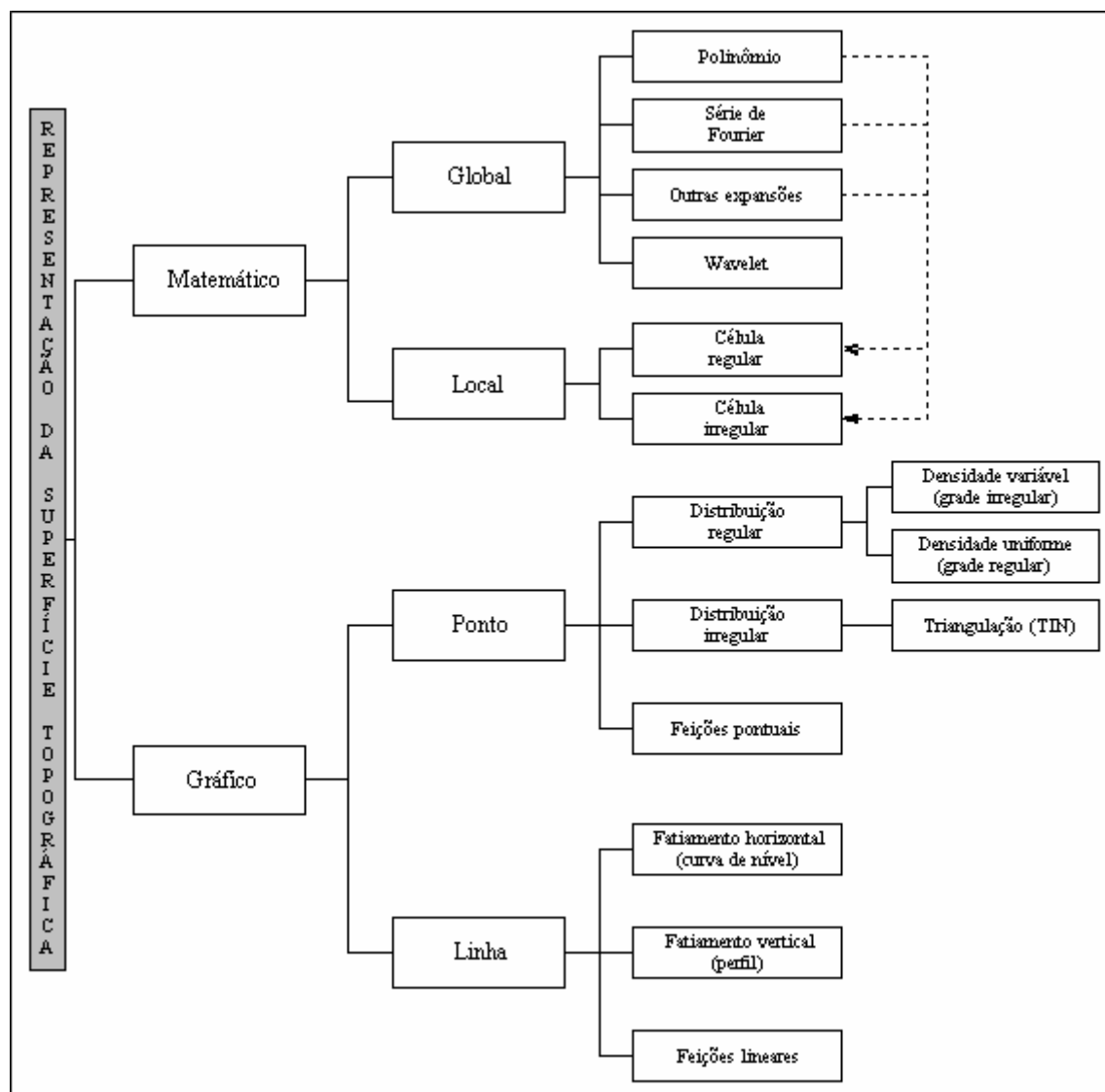
A representação da superfície topográfica pode ser feita por métodos matemáticos ou gráficos, como mostrado esquematicamente na Figura 2.1. Os métodos matemáticos de ajuste da superfície contam com funções contínuas, tais como séries de Fourier e polinômios, entre outras (BURROUGH, 1986; JONES, 1997), capazes de representar formas complexas com diferentes graus de suavização. Nos métodos gráficos, são utilizados dados pontuais (grades regulares ou irregulares) ou dados lineares, como o fatiamento horizontal (curvas de nível) ou o fatiamento vertical (perfis).

#### 2.1.3.1 Métodos Matemáticos

Nos métodos matemáticos, funções matemáticas são utilizadas para estimar superfícies contínuas que descrevem a natureza da variação do relevo a partir de um conjunto discreto de pontos em que o relevo foi medido. A superfície pode ser estimada por funções de interpolação precisa, que se ajustam perfeitamente aos pontos medidos, e funções de interpolação aproximada em caso contrário (JONES, 1997).

Os métodos matemáticos se dividem em globais ou locais. Nos métodos globais, uma única função determinística é definida para toda a superfície a ser modelada, também designada de superfície de tendência (BURROUGH, 1986; NAMIKAWA et al., 2003). Nos métodos locais, divide-se a superfície em células quadradas ou de formato irregular de áreas aproximadamente iguais, e essas superfícies são ajustadas para os pontos amostrais existentes no interior destas células (BURROUGH, 1986).

FIGURA 2.1 – MÉTODOS DE REPRESENTAÇÃO DA SUPERFÍCIE TOPOGRÁFICA



FONTE: Adaptada de BURROUGH (1986), JONES (1997) e LI et al. (2004).

#### 2.1.3.1.1 Métodos matemáticos globais

Os polinômios são as funções utilizadas no método matemático global. Por este método, os polinômios são ajustados a pontos georreferenciados da superfície. Pela aproximação por uma função matemática simples, este método permite a avaliação de propriedades da superfície. Os parâmetros de um polinômio global são

determinados por ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), empregando-se todos os pontos amostrais que definem a superfície a ser modelada. Eventualmente separam-se pontos para avaliação. A similaridade entre a superfície representada pelo polinômio e a superfície real depende do grau do polinômio utilizado para a representação e da rugosidade da superfície. Este método não é recomendado para a representação de superfícies com alto grau de acurácia devido à necessidade de utilizar polinômios de graus elevados, de difícil computação, e pelo fato de os polinômios causarem erros elevados nas bordas da superfície analisada e em regiões com deficiência de pontos amostrais. Por este motivo, os polinômios são mais indicados quando se deseja obter uma visão geral da superfície analisada (JONES, 1997).

Uma alternativa ao uso de polinômios é o uso de séries de Fourier. As séries de Fourier descrevem as variações no espaço por meio da soma de funções sinusoidais. Os termos da série são representados por funções seno e cosseno de diferentes comprimentos de onda, denominados harmônicos. A amplitude de cada comprimento de onda é indicada pelo respectivo coeficiente da função seno ou cosseno. Superfícies são representadas por séries de Fourier 2D, nas quais os coeficientes são calculados nas direções  $x$  e  $y$ . Os cálculos dos coeficientes das séries de Fourier são geralmente obtidos a partir de amostras de dados no formato de grade regular (JONES, 1997).

#### *2.1.3.1.2 Métodos matemáticos locais*

Para diminuir o grau das funções e dos polinômios utilizados na representação da superfície topográfica, pode-se fazer uso de métodos locais, nos quais a superfície a ser modelada é dividida em células menores e para cada célula é estimado o polinômio que melhor se ajusta aos pontos do seu interior. Entretanto, esta solução traz consigo o problema de casamento nas bordas destas células. JANCAITS e JUNKINS (1973) apresentaram uma solução para a continuidade das feições do terreno nas bordas das células pela imposição de condições de contorno que exigem que os polinômios tenham a mesma derivada nos pontos de fronteira entre as células.

Os métodos matemáticos locais fazem uso de polinômios e funções da mesma forma que no método matemático global, com a diferença de que no método local os polinômios e as funções são utilizados dentro das respectivas células.

Um método local de fácil implementação e que apresenta bons resultados consiste na interpolação por superfície triangular plana. Este método é utilizado para superfícies representadas por células irregulares e será tratado com mais detalhes na Seção 2.1.8.1.

### 2.1.3.2 Métodos Gráficos (*Raster*)

A representação de superfícies no formato gráfico ou *raster* utiliza-se da amostragem de pontos de coordenadas tridimensionais ( $x, y, z$ ) conhecidas. Os pontos amostrados podem estar regular ou irregularmente espaçados. Numa distribuição irregular, cada ponto deve ser definido pelas suas coordenadas tridimensionais ( $x, y, z$ ). Numa distribuição regular, as coordenadas planimétricas ( $X, Y$ ) são conhecidas implicitamente e torna-se necessário definir apenas os valores de  $Z$  (JONES, 1997).

Uma variante da representação por pontos, apresentada por NAMIKAWA et al. (2003), é a representação por imagem de altura. Esta representação é similar à representação por grade regular. A diferença está no valor associado a cada ponto: no caso da grade, o valor atribuído a cada ponto é sua altitude; no caso de uma imagem monocromática, o valor atribuído a cada ponto (*pixel: picture element*) é um número inteiro que representa o brilho daquele ponto na imagem. Esse número é denominado *Nível de Cinza* (NC) e é limitado pela resolução radiométrica (capacidade de discretizar dois níveis de cinza diferentes) da imagem. O mais comum é utilizar a resolução radiométrica de um byte (8 bits), que corresponde aos valores numéricos de 0 a 255 ( $2^8=256$ ). Neste caso, o zero representa o brilho mínimo (preto) e 255 representa o brilho máximo (branco). Na representação de MDTs por imagens de altura, as altitudes são escalonadas proporcionalmente para estes valores, atribuindo-se o valor zero para a altitude mínima, o valor máximo (igual a 255 para o caso da

resolução espectral de um byte) para a altitude máxima e escalonando-se proporcionalmente os demais valores de altitudes.

#### 2.1.4 Elementos do MDT

WEIBEL e HELLER (1990; 1991) e EL-SHEIMY et al. (2005) definem 5 elementos da modelagem digital de elevação: geração, manipulação, interpretação, visualização e aplicação.

- a) geração: consiste na amostragem dos dados originais de terreno que possibilitem a construção de um modelo de representação. As fontes mais comuns para a geração de MDT são: Fotogrametria, Lidar, Insar, digitalização de curvas de nível e levantamentos topográficos. A construção do modelo consiste na formação de uma relação topológica entre os elementos e um método de interpolação que aproxime o comportamento da superfície. Para a construção do modelo, parte-se primeiramente de uma estrutura de dados. As estruturas de dados mais utilizadas são o TIN (*Triangular Irregular Net*) e a grade regular.
- b) manipulação: consiste na modificação e refinamento do MDT. A manipulação se utiliza dos processos de edição, filtragem, aglutinação e conversão entre diferentes estruturas de dados.
- c) interpretação: consiste na análise e extração de informações. As informações podem ser obtidas por análise visual da representação gráfica do MDT ou por meio da análise quantitativa dos dados digitais do terreno. A interpretação representa um dos mais importantes objetivos de um SIG no que concerne aos aspectos do terreno.
- d) visualização: consiste na forma mais utilizada de comunicação visual do MDT e está altamente relacionada à interpretação: frequentemente há necessidade de visualizar os dados resultantes da modelagem, pois é um recurso importante para a interpretação.

- e) aplicação: consiste no desenvolvimento de modelos apropriados à utilização pelo usuário final. Estes modelos podem ser genéricos, destinados a aplicações de uso geral, ou específicos, quando se destinam a uma aplicação em particular.

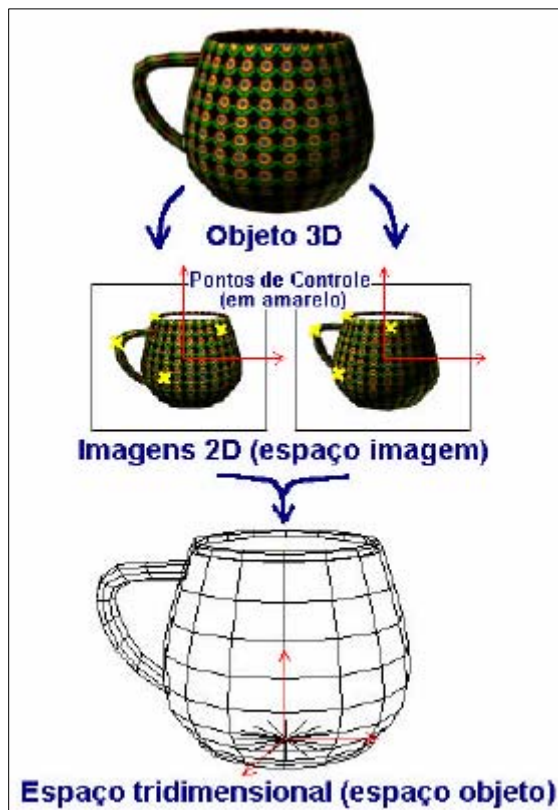
## 2.1.5 Formas tradicionais de obtenção de dados para geração de um MDT

Para a geração de um MDT, são necessários dados sobre o terreno que podem ser obtidos de diversas formas. As mais comuns são: Fotogrametria, Lidar, Interferometria de Radar de Abertura Sintética (Insar), digitalização de cartas topográficas e aquisição direta por meio de levantamentos topográficos.

### 2.1.5.1 Fotogrametria

A Fotogrametria deriva das palavras gregas *photon* (luz), *graphos* (descrição) e *metron* (medição). A ASPRS (*American Society of Photogrammetry and Remote Sensing*) define fotogrametria como “a arte, ciência e tecnologia de obtenção de informação confiável sobre objetos físicos e o meio ambiente, por meio de processos de gravação, medição e interpretação de imagens e padrões de energia eletromagnética radiante e outros fenômenos” (SLAMA, 1980). A Fotogrametria tem por objetivo a reconstrução de um espaço tridimensional, chamado de espaço-objeto, a partir de um conjunto não vazio de imagens bidimensionais, chamado de espaço-imagem, como mostrado esquematicamente na Figura 2.2 (BRITO E COELHO, 2007). A reconstrução do espaço-objeto 3D é feita com base no princípio de existir uma relação geométrica definida entre a posição espacial relativa dos pontos no espaço-imagem e as posições correspondentes no espaço-objeto 3D (WONG, 1980). Para o cálculo dessa relação geométrica, são utilizados pontos de controle, que são pontos das imagens bidimensionais facilmente identificáveis e de coordenadas tridimensionais conhecidas.

FIGURA 2.2 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA FOTOGRAMETRIA



FONTE: BRITO E COELHO, 2007.

De acordo com a plataforma de obtenção das fotografias, a Fotogrametria é classificada em Terrestre, Aérea ou Orbital. A Fotogrametria Aérea permite a obtenção de coordenadas tridimensionais do terreno com grande precisão e é uma das principais fontes de dados de MDT atualmente disponíveis. A Fotogrametria Orbital é feita a partir de pares estereoscópicos de imagens de satélite, sendo utilizada quando há necessidade de obtenção de coordenadas tridimensionais do terreno em escalas menores.

Tradicionalmente, a obtenção da representação do relevo por processos fotogramétricos se dá pelo traçado direto das curvas de nível (Fotogrametria convencional). Nas últimas décadas, com o advento da Fotogrametria digital, as curvas

de nível passaram a ser obtidas por interpolação com base em informações pontuais obtidas por processos fotogramétricos.

#### 2.1.5.2 Lidar

O sistema Lidar (*Light Detection and Ranging*), também conhecido como Laser Scanner ou Ladar (*Laser Detection and Ranging*), é um sistema constituído por um sensor laser, uma unidade de posicionamento GPS e uma unidade de navegação inercial (*INS*). No sistema Lidar, os dados da superfície são obtidos a partir do retro-espalhamento, pela superfície, dos pulsos lasers emitidos pelo sensor (WEHR e LOHR, 1999; DALMOLIN e DOS SANTOS, 2003). Um sistema de Lidar aerotransportado pode coletar dados da superfície terrestre a uma taxa de milhares de pontos por segundo, com precisão altimétrica da ordem de dezenas de centímetros. Estas características fazem do Lidar um sensor adequado para trabalhos em escalas 1:20.000 e maiores (RIVAS, 2002). Devido ao seu alto grau de automação, ele se tornou um meio importante de obtenção de dados para a geração de MDT. Entretanto, o grande volume de dados gerados torna necessária a utilização de algoritmos de generalização quando se necessita trabalhar com escalas menores. O sistema Lidar será visto com mais detalhes na Seção 2.2.

#### 2.1.5.3 Interferometria de Radar de Abertura Sintética (Insar)

O princípio da Interferometria de Radar de Abertura Sintética (Interferometria SAR) consiste no cálculo da altitude de pontos do terreno pela medição da diferença de fase entre os sinais da radiação eletromagnética recebidos por duas antenas SAR. A Interferometria SAR passou a ser uma forma importante de obter dados altimétricos do terreno em nível global por causa da missão SRTM (*Shuttle Radar Topographic Mission*) e em nível nacional devido ao Sivam (*Sistema de Vigilância da Amazônia*).

A missão SRTM ocorreu em fevereiro de 2000 a bordo da nave espacial Endeavour, numa operação em conjunto da Nasa (*National Aeronautics and Space*



*Administration*) e Nima (*National Imagery and Mapping Agency*), dos EUA, com participação das agências espaciais DLR (*Deutsche Zentrum für Luft-und Raumfahrt*), da Alemanha e ASI (*Agenzia Spaziale Italiana*) da Itália. Foram produzidos dados correspondentes a aproximadamente 80% da superfície terrestre, o que permitiu a derivação da representação de MDT com resolução planimétrica de 30 metros (distância horizontal entre os pontos da grade regular) (CHIEN, 2000; NASA, 2004; RABUS et al., 2003). Os dados gerados durante a missão SRTM são disponibilizados na Internet pela USGS e pela Nasa, no formato de grade regular com distanciamento de 1 segundo de arco no território dos Estados Unidos e de 3 segundos de arco (que equivale a aproximadamente 90 metros no equador) no restante da superfície terrestre (SRTM, 2003).

O Sivam é um sistema integrado no qual são utilizadas aeronaves de sensoriamento remoto. Estas aeronaves operam com diversos sensores, dentre os quais se destaca, para o tema em questão, o sensor de Radar de Abertura Sintética Interferométrico, que opera na banda X (comprimento de onda de 3 cm) e se destina a produzir dados para a geração de Modelos Digitais de Superfície da região Amazônica, com resolução planimétrica de 3 metros.

#### 2.1.5.4 Digitalização de cartas topográficas

Digitalização é o processo de conversão de fotos e de cartas topográficas do meio analógico (papel) para o meio digital, podendo ser automática ou manual. A digitalização de curvas de nível de cartas topográficas analógicas é uma fonte importante de obtenção de informações do relevo para a geração de MDT devido ao grande acervo existente destas cartas. A Tabela 2.1 mostra as principais vantagens e desvantagens da digitalização manual ou automática para a obtenção de MDT.

A digitalização automática é realizada por meio de dispositivos óptico-eletrônicos denominados *scanners*. Estes dispositivos realizam a varredura da carta topográfica a ser digitalizada e fornecem uma imagem digital da mesma, no formato *raster* (matriz), em que cada elemento da matriz contém as coordenadas de linha e

coluna ( $x$ ,  $y$ ) e a cor ( $z$ ). Para a obtenção do MDT a partir de cartas topográficas digitalizadas, torna-se necessária a vetorização de suas curvas de nível. Por este motivo, a digitalização é feita preferencialmente a partir dos fotolitos originais que deram origem à carta impressa. Após vetorizadas, a cada curva de nível é atribuída (manualmente) uma altitude. As etapas para a obtenção do MDT por digitalização automática são as seguintes (EL-SHEIMY et al., 2005):

- a) digitalização (dos fotolitos das curvas de nível)
- b) remoção de ruídos
- c) detecção e binarização das curvas de nível
- d) vetorização das curvas de nível
- e) geração da grade a partir das curvas de nível vetorizadas

A digitalização manual é feita por meio de mesas digitalizadoras, que são dispositivos que fazem a medição de coordenadas por meio de indução eletromagnética. Por este método, as curvas de nível ou pontos selecionados da carta são percorridos por um cursor que mede as coordenadas de mesa ( $x,y$ ), enquanto a altitude ( $z$ ) é atribuída pelo operador para cada ponto ou curva de nível digitalizada. Um dos problemas encontrados na digitalização manual de curvas de nível de cartas topográficas é o tempo de digitalização. Por este motivo, pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de “*identificar e seguir*” curvas de níveis para realizar a conversão raster-vetor (*R2V: raster to vector conversion*). O reconhecimento automático de curvas de nível é um dos maiores desafios na geração de MDT a partir de mapas digitalizados (EL-SHEIMY et al., 2005).

A acurácia de um MDT obtido por este método depende principalmente da acurácia do mapa original, das características ópticas e geométricas do equipamento utilizado para a digitalização (scanner ou mesa digitalizadora), das características do terreno, da estratégia de amostragem e do método de interpolação (EL-SHEIMY et al., 2005; ROBINSON, 1994).

TABELA 2.1 – DIGITALIZAÇÃO MANUAL E AUTOMÁTICA

	<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
<b>Manual</b>	- Acurácia na obtenção de pontos de interesse	- Menor velocidade de obtenção - Dependente da habilidade do operador
<b>Automática</b>	- Maior velocidade de obtenção	- Pontos notáveis são obtidos por interpolação (menor precisão)

#### 2.1.5.5 Aquisição Direta por Levantamentos Topográficos

Os dados derivados de levantamentos podem ser os mais precisos e acurados, dependendo da técnica empregada e geralmente são obtidos quando são necessários dados altimétricos de alta precisão ou para servir de pontos de controle para a avaliação da precisão e acurácia de MDTs gerados por outros métodos (EL-SHEIMY et al., 2005; SANTOS et al., 2006).

Embora o surgimento de equipamentos como o GPS, níveis automáticos e estações totais automatizadas tenham gerado um aumento considerável na produtividade dos levantamentos topográficos, o tempo de obtenção e os custos envolvidos são maiores que os dos outros métodos, o que torna a aquisição direta inviável para a obtenção de dados do terreno em larga escala.

#### 2.1.6 Modelos de dados

Um MDT corresponde a um conjunto de pontos do terreno de altitudes conhecidas, uma relação topológica entre eles e um modelo de interpolação e aproximação da superfície (WEIBEL e HELLER, 1991; EL-SHEIMY et al. 2005). A relação topológica é normalmente fornecida pela estruturação dos dados. Segundo PEUCKER et al. (1979), as estruturas mais utilizadas para MDT são a **grade regular** e

a rede triangular irregular (**TIN**). EL-SHEIMY et al. (2005) acrescentam as **curvas de nível** a estas duas estruturas, por considerá-las a forma mais familiar de representação do relevo.

#### 2.1.6.1 Curvas de Nível

Na representação computacional, as isolinhas ou curvas de nível são linhas formadas por um conjunto ordenado de pontos  $(x, y, z)$  do espaço tridimensional que têm o mesmo valor de coordenada  $z$ , que pode ser a altitude ou um valor relacionado ao fenômeno de estudo, como, por exemplo, temperatura (isotermas) ou pressão (isóbaras).

A acurácia das curvas de nível depende fundamentalmente da fonte de sua geração. Quando são produzidas por métodos fotogramétricos, as curvas de nível são acuradas. Quando são geradas a partir de pontos amostrais, a localização da curva de nível precisa ser obtida por interpolação entre os valores de altitudes conhecidos, com a consequente possibilidade de degradação da acurácia.

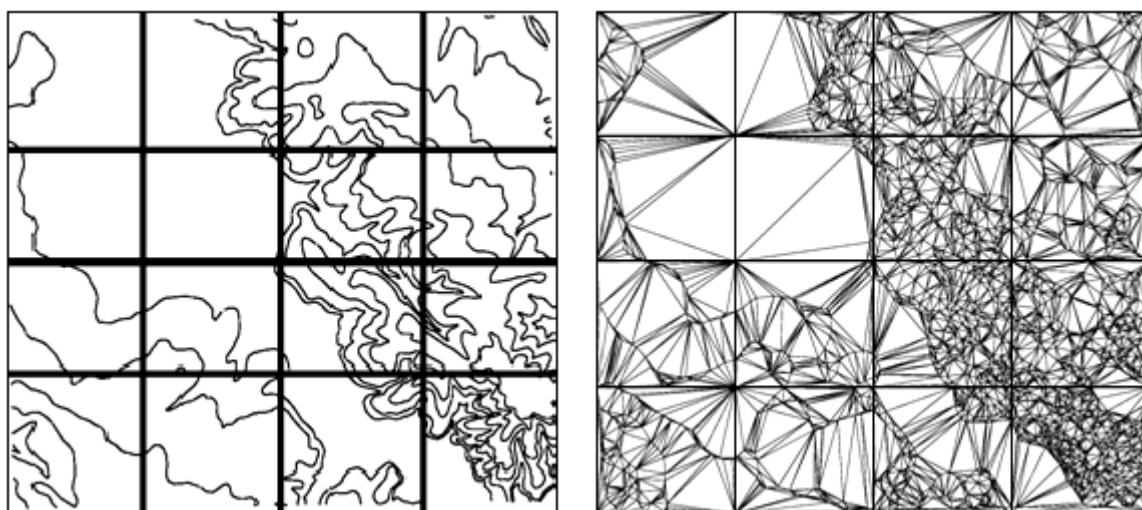
#### 2.1.6.2 TIN

Uma rede triangular irregular (TIN) é composta de pontos irregularmente espaçados que formam um conjunto de faces triangulares interligadas. Para cada um dos três vértices do triângulo são armazenadas as coordenadas planimétricas  $(x,y)$  e altimétrica  $(z)$ . A representação no formato TIN apresenta as seguintes vantagens (JONES, 1997):

- a) O fato de poder utilizar as observações originais sem a necessidade de interpolação;
- b) A possibilidade de otimizar a densidade das amostras de acordo com a superfície a ser representada, colocando-se pontos mais espaçados nas regiões onde a superfície é mais plana e aumentando-se a densidade de amostras onde a variação de altitudes for mais significativa (Figura 2.3).

Por outro lado, o formato TIN tem a desvantagem de exigir maior capacidade de armazenamento e processamento em relação à grade regular.

FIGURA 2.3 – CURVAS DE NÍVEL E RESPECTIVA REDE TRIANGULAR IRREGULAR (TIN)



FONTE: MELLO e DA SILVA, 2007.

#### 2.1.6.3 Grade Regular

Uma grade regular é uma estrutura matricial na qual a relação topológica entre os pontos é armazenada implicitamente. As coordenadas planimétricas ( $x$ ,  $y$ ) são conhecidas em função do espaçamento em  $x$  e em  $y$ , e a topologia é determinada pela vizinhança dos elementos da matriz. Esta simplicidade na estrutura da grade regular permite a utilização de menos memória de armazenamento e maior rapidez no processamento computacional. Por outro lado, ocorre o problema da redundância dos dados, pois como a densidade de pontos independe da topografia, em terrenos planos ocorre a amostragem de pontos que seriam desnecessários no formato TIN, como pode ser visto na Figura 2.3.

Um dos fatores determinantes da acurácia da superfície representada pela grade regular é o intervalo entre os pontos amostrados. Intervalos maiores geram

grades menores, porém com o risco de perda de informações importantes sobre as regiões mais acidentadas. Por outro lado, a diminuição do intervalo permite aumentar a acurácia da superfície representada, porém sob o risco de aumentar a redundância dos dados, principalmente em áreas mais planas (EL-SHEIMY et al., 2005).

A grade regular é uma forma muito comum de representação da superfície topográfica atualmente disponível (WOOD, 1996; PEDRINI, 2000; LI et al., 2004; EL-SHEIMY et al., 2005). Isto se deve ao fato de esta forma de representação ser utilizada por muitas agências governamentais, tais como a United State Geological Survey (USGS), nos Estados Unidos, ou a Australian Surveying and Land Information Group (AUSLIG), na Austrália, entre outros. O USGS, por exemplo, fornece livre acesso para os dados digitais de altitude para todos dos Estados Unidos (PEDRINI, 2000). Na China, são fornecidos MDTs com cobertura nacional nas escalas 1:1.000.000, 1:250.000 e 1:50.000, além de MDTs em escalas 1:10.000 para as regiões mais povoadas (LI et al., 2004). O USGS fornece ainda MDTs obtidos na missão SRTM, com espaçamento de grade de 3" (aproximadamente 90 metros) para toda a superfície terrestre compreendida entre as latitudes 60° Norte e 56° Sul (USGS, 2007).

#### 2.1.7 Armazenamento e processamento

Embora o desempenho dos sistemas computacionais esteja crescendo tanto em capacidade de armazenamento quanto em velocidade de processamento, os pontos amostrais necessários à modelagem do relevo continuam a ser produzidos com melhor resolução, o que tem como consequência o aumento da quantidade de dados a serem processados. Além do custo referente ao espaço de armazenamento, o tamanho do arquivo afeta também o tempo de processamento e o tempo de transmissão de dados (EL-SHEIMY et al., 2005).

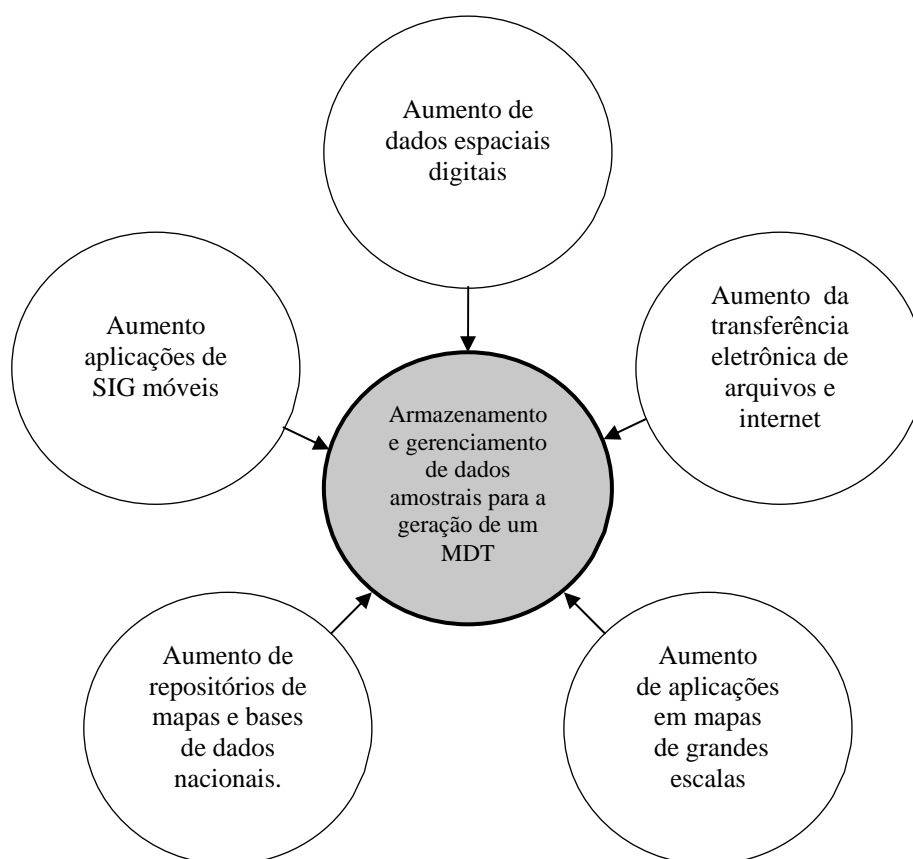
Segundo KIDNER e SMITH (2003), há o conceito generalizado, porém errôneo, de que o problema do armazenamento de dados para MDT está superado devido à diminuição dos custos e aumento da capacidade de armazenamento dos

computadores. Os novos métodos de aquisição têm gerado dados de alta resolução, o que torna necessária a utilização de novas técnicas de gerenciamento e compressão para a obtenção de informações otimizadas para determinada aplicação (KIDNER e SMITH, 2003; EL-SHEIMY et al., 2005). Como exemplo, há os sistemas de varredura a laser aerotransportado, Lidar, que têm capacidade de gerar acima de um milhão de pontos 3D por km<sup>2</sup> com acurácia altimétrica da ordem de dezenas de centímetros (PFEIFER, 2005). Outro exemplo é o sistema de interferometria de radar de abertura sintética, Insar. Em 1999, num mapeamento feito pelo Inpe a partir de dados produzidos por um sistema Insar, para o projeto de transposição do rio São Francisco, foram gerados 3 terabytes de dados de altimetria para uma área mapeada de 3.159 km<sup>2</sup> na escala 1:25.000 e 2399 km<sup>2</sup> na escala 1:5000 (ALBUQUERQUE et al., 1999).

KIDNER E SMITH (2003) citam vários argumentos para justificar a necessidade de armazenamento e gerenciamento eficientes de dados amostrais para a modelagem matemática de relevo, conforme esquematizado na Figura 2.4. A estes argumentos, pode-se acrescentar transmissão de dados de terreno por enlace de radiofrequência nas aplicações militares. Por questões de segurança, estas transmissões devem ser feitas no mínimo de tempo e com o mínimo de banda passante. A redução da quantidade de dados a serem transmitidos é um dos objetivos a serem perseguidos para atingir tal finalidade.

Nas aplicações em que se exigem a visualização e o processamento de dados do relevo em diferentes escalas de forma rápida (“em tempo real”), também se exige o desenvolvimento de estruturas de dados e algoritmos eficientes para o cumprimento destas tarefas. A representação hierárquica com estrutura piramidal é a forma mais utilizada para atender a estas necessidades, porém tem a desvantagem de geralmente causar distorções visuais por não levar em consideração as feições do terreno (LI et al., 2004). Uma alternativa à estrutura piramidal é a representação hierárquica por estrutura *quadtree*. Nesta estrutura, a densidade de pontos é variável a fim de preservar as feições principais do terreno, porém a um custo computacional maior (LI et al., 2004).

FIGURA 2.4 – ARGUMENTOS PARA O ARMAZENAMENTO EFICIENTE DE DADOS PARA GERAÇÃO DE MDT



FONTE: KIDNER e SMITH, 2003.

A utilização de grades regulares na modelagem digital do terreno tornou-se um padrão devido à facilidade de armazenamento e processamento. Os pontos amostrais estruturados no formato de grade regular têm a topologia implícita, o que simplifica a confecção de algoritmos para a modelagem do relevo.

#### 2.1.8 Interpolação

A interpolação, no contexto deste trabalho, consiste na estimação do valor numérico da altitude numa dada posição espacial (X,Y), a partir dos valores de altitude



de pontos amostrais situados na vizinhança. Os métodos de interpolação aproximam superfícies com base nos pontos amostrais conhecidos.

#### 2.1.8.1 Interpolação por Superfície Triangular Plana

A interpolação por superfície triangular plana é um método no qual os pontos amostrais são organizados na forma de triângulos, e a superfície no interior do triângulo é aproximada por um plano que contém seus vértices (MITISHITA, 1997), como mostrado na Figura 2.5.

Os triângulos podem ser obtidos por meio da triangulação de Delaunay (LI et al., 2004). A função de interpolação da coordenada altimétrica de um ponto situado no interior do triângulo é dada pela equação do plano (Equação 2.1)

$$z(x, y) = ax + by + c, \quad (2.1)$$

em que os valores dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são univocamente determinados a partir dos valores das coordenadas dos vértices do triângulo (MITISHITA, 1997). Uma solução para a Equação 2.1, dada por EL-SHEIMY et al. (2005), é mostrada na Equação 2.2.

$$\begin{vmatrix} x_{A'} & y_{A'} & z_{A'} & 1 \\ x_{B'} & y_{B'} & z_{B'} & 1 \\ x_{C'} & y_{C'} & z_{C'} & 1 \\ x_P & y_P & z_P & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.2)$$

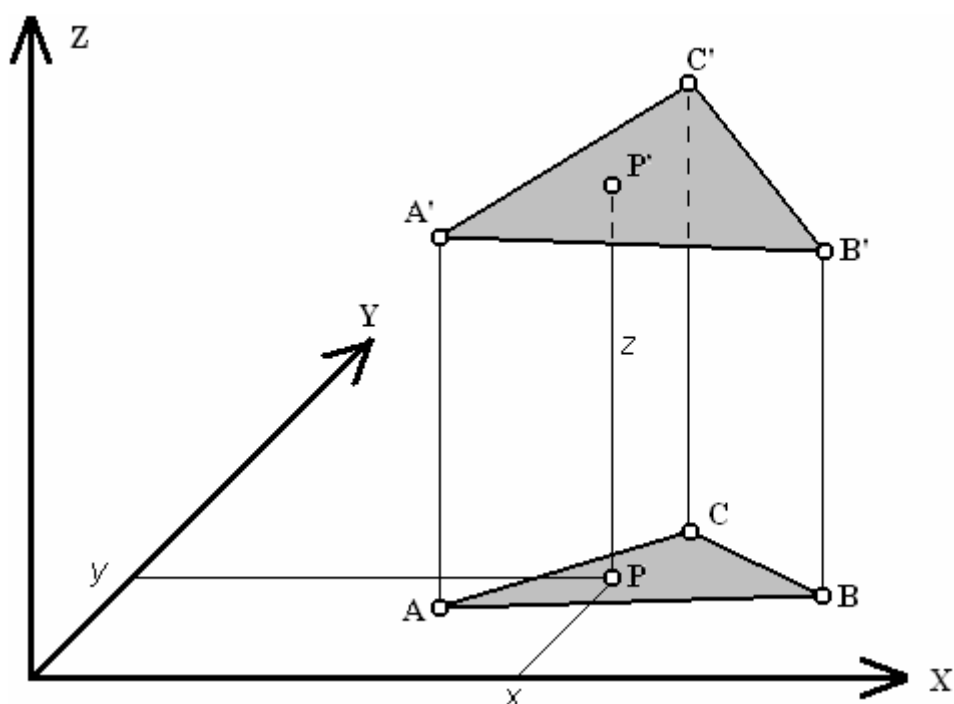
Na Equação 2.2, têm-se:

$x_{A'}, y_{A'}, z_{A'}, x_{B'}, y_{B'}, z_{B'}, x_{C'}, y_{C'}, z_{C'}$ : coordenadas planialtimétricas conhecidas dos vértices do triângulo;

$x_P, y_P$ : coordenadas planimétricas do ponto P, situado no interior do triângulo; e

$z_P$ : altitude do ponto P, a ser calculada por interpolação.

FIGURA 2.5 – SUPERFÍCIE TRIANGULAR PLANA



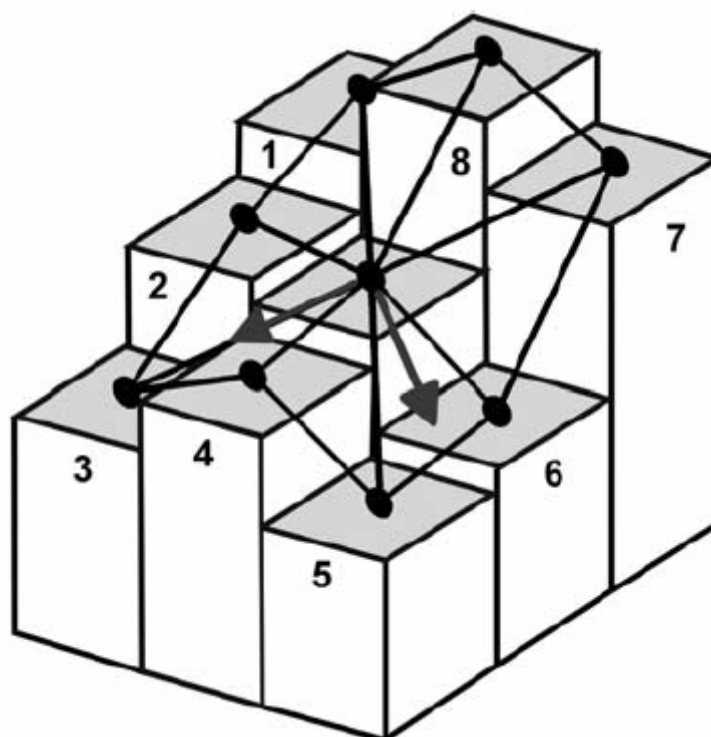
FONTE: Adaptada de MITISHITA (1997)

### 2.1.9 Obtenção da rede de drenagem

As redes de drenagem, assim como as linhas de cumeeiras ou cumeadas (linhas divisoras de água ou de separação de bacias), são importantes para a definição do relevo por constituírem o “esqueleto” do terreno e são fundamentais para aplicações relativas à hidrologia (XU et al., 2007; ERSKINE et al., 2006) e ao estudo da movimentação de sedimentos e fluidos contaminantes causados por desastres ecológicos (TARBOTON, 1997). No processo fotogramétrico, o sistema de drenagem de uma região é considerado definidor do terreno e serve de base para o traçado das curvas de nível. Portanto, qualquer generalização deve, em princípio, manter a rede de drenagem com o mínimo de alteração possível, sob pena de alterar a representação do relevo.

Para o cálculo do fluxo da drenagem, para cada ponto (célula) da grade calcula-se a direção em relação às células da vizinhança. No método mais comum, denominado “*algoritmo de direção simples*”, dada uma célula da grade, há 8 possibilidades para a direção do fluxo da drenagem, definidas pelas 8 células da vizinhança (O’CALLAGHAN e MARK, 1984; SEIBERT e MCGLYNN, 2007). Este algoritmo tem a desvantagem de não permitir direções intermediárias para o fluxo da drenagem, gerando erros nos casos em que o gradiente natural se situa entre duas células distintas. TARBOTON (1997; 2003) propôs uma solução para este problema por meio de um algoritmo que permite múltiplas direções para o fluxo da drenagem (ERSKINE et al., 2006), como mostrado na Figura 2.6.

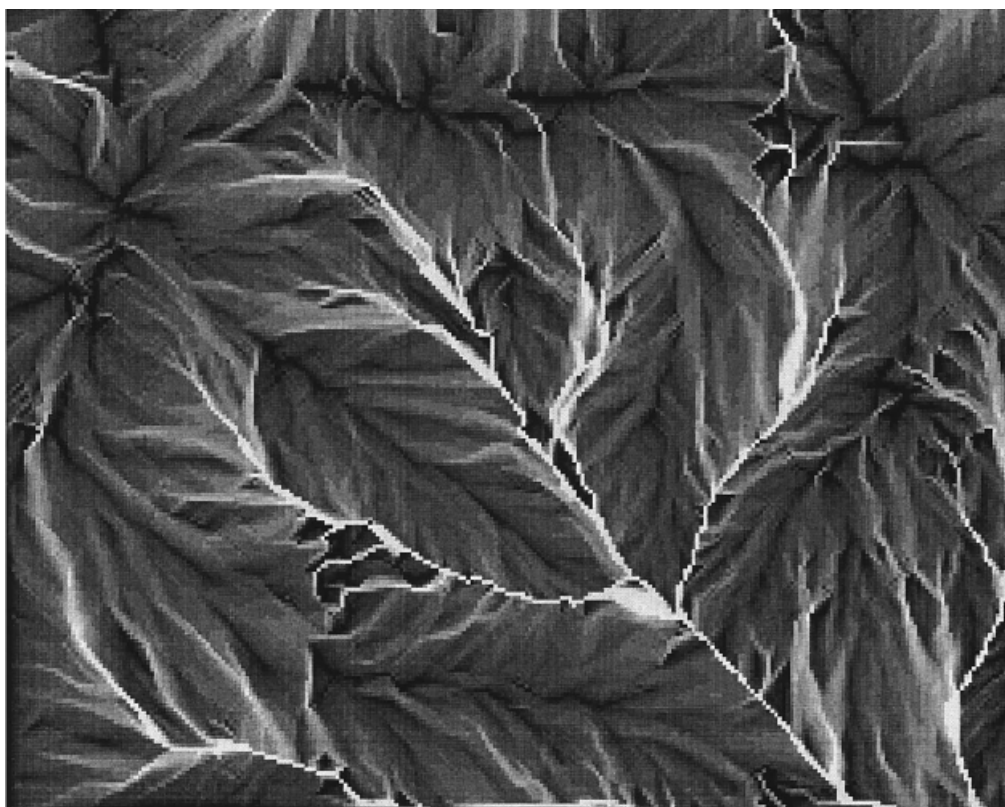
FIGURA 2.6 – CÁLCULO DO FLUXO DA DRENAGEM



FONTE: SEIBERT e MCGLYNN, 2007

EDDINS (2007) utilizou como base o algoritmo de TARBOTON (2003) para desenvolver um conjunto de programas em Matlab®, com o objetivo de extrair a rede de drenagem em MDTs no formato de grade regular (Figura 2.7). Estes programas foram aperfeiçoados de modo a filtrar e corrigir possíveis depressões causadas por erros em células da grade que não correspondessem às feições naturais do relevo.

FIGURA 2.7 – EXEMPLO DE REDE DE DRENAGEM EXTRAÍDA DE UM MDT NO FORMATO DE GRADE REGULAR



FONTE: TARBOTON (1997)

## 2.2 SISTEMAS DE LASER SCANNER (LIDAR)

Por se tratar de uma tecnologia recente, ainda não há uma nomenclatura definitiva para o sistema de sensoriamento remoto por laser (DALMOLIN e DOS SANTOS, 2003). Os termos mais utilizados são laser scanner, laserscanning, Ladar (*Laser Detection and Ranging*) e Lidar (*Light Detection and Ranging*). No presente trabalho será utilizado o termo **Lidar** para designar sistema de perfilamento a laser aerotransportado.

O funcionamento do sistema Lidar consiste no envio de pulsos em direção ao terreno e na captação do sinal refletido/retro espalhado na direção do sensor. O laser scanner aerotransportado está se tornando um método cada vez mais utilizado para a obtenção de dados altimétricos sobre o terreno. Sua larga aceitação deve-se ao alto grau de automação na obtenção dos dados e à possibilidade de obtenção de pontos amostrais para a modelagem matemática da superfície (MDS) e do relevo (MDT), com resolução planimétrica e altimétrica da ordem de dezenas de centímetros.

As experiências iniciais com os sistemas Lidar ocorreram em 1987, no Instituto de Fotogrametria da Universidade de Stuttgart, Alemanha (ACKERMANN, 1996), e expandiu-se rapidamente, a ponto de, em menos de uma década, já existirem vários fabricantes e dezenas de empresas utilizando esta tecnologia (BRANDALIZE, 2002).

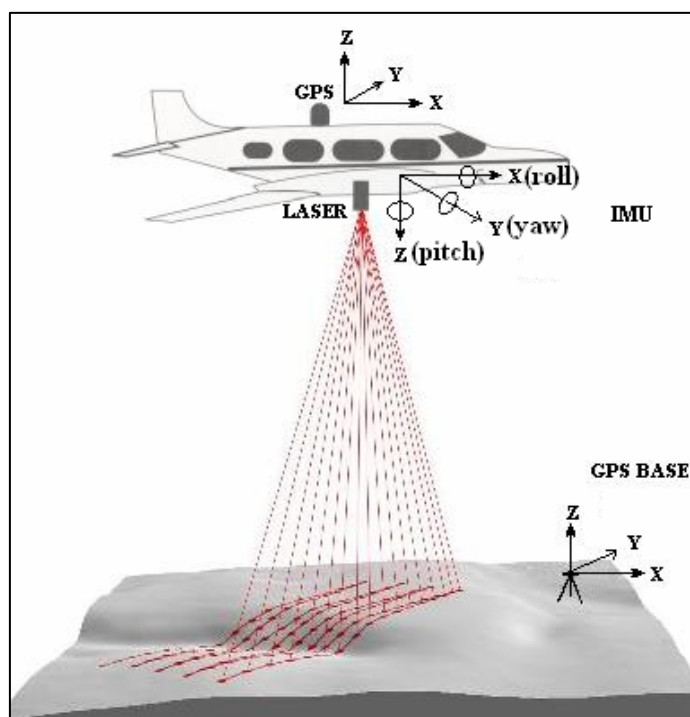
Quanto à plataforma, o sistema Lidar pode ser terrestre, aerotransportado ou orbital. Um exemplo característico de um sistema orbital foi o Mola (*Mars Orbiter Laser Altimeter*). Trata-se de um sistema de perfilamento laser a bordo da nave *Mars Global Surveyor* (MGS), lançada em 1996 para a exploração de Marte. Operou de 1997 a 2001, transmitindo pulsos lasers infravermelhos a uma taxa de 10 Hz para a obtenção de um mapa topográfico preciso do planeta vermelho (NASA, 2007).

### 2.2.1 O sistema Lidar aerotransportado

Neste caso, o Lidar compõe-se de uma plataforma, um sistema de posicionamento e navegação, um sensor laser e um sistema de processamento e armazenamento dos dados digitalizados. Opcionalmente, podem ser acrescentados sensores ópticos para a obtenção de imagens da região perfilada.

O sistema de posicionamento e navegação inclui uma unidade de medição inercial (IMU: *Inertial Measurement Unit*), também designada por Sistema de Navegação Inercial (INS: *Inertial Navigation System*) e de receptores instalados na aeronave e num ponto de referência no solo. O IMU fornece os ângulos de atitude da aeronave (rolamento ou *roll*, arfagem ou *pitch* e guinada ou *yaw*), e o GPS é usado para a determinação das coordenadas da posição da aeronave (Figura 2.8).

FIGURA 2.8 – O SISTEMA LIDAR AEROTRANSPORTADO



FONTE: Adaptado de TOPEYE (2007).

### 2.2.1.1 Sistema de posicionamento e navegação

O sistema de posicionamento GPS tem a finalidade de fornecer a posição instantânea do sensor durante o processo de perfilamento. Um receptor GPS é instalado no interior da aeronave, com a respectiva antena posicionada no topo. Outro receptor GPS é posicionado no terreno sobre um ponto de coordenadas conhecidas. Pelo método GPS Diferencial Cinemático, são obtidas as coordenadas da aeronave. A posição da antena em relação ao sensor é medida com precisão, a fim de reduzir as leituras obtidas para o ponto correspondente ao sensor laser.

O sistema de medição inercial tem por objetivo determinar a atitude da aeronave (e consequentemente do sensor), pela utilização de giroscópios e acelerômetros. Este sistema fornece os ângulos de atitude (*yaw* ou guinada, *pitch* ou arfagem e *roll* ou rolamento) durante a aquisição dos dados. O rolamento provoca o não alinhamento de varreduras consecutivas, a arfagem provoca superposição ou lacunas entre varreduras consecutivas ou entre pixels consecutivos, e a guinada provoca a falta de alinhamento entre as varreduras.

### 2.2.1.2 Sensor laser

#### 2.2.1.2.1 Princípios físicos do laser

O laser caracteriza-se pela emissão coordenada de fótons pelos átomos ou moléculas de uma determinada substância. Ao contrário da situação normal em que cada átomo ou molécula emite fótons de forma independente, todos os átomos ou moléculas de um sistema laser são estimulados a emitir sincronizadamente e na mesma frequência, agindo como se fossem uma única fonte produtora de uma onda de grande intensidade, monocromática e coerente. Estas características propiciam ao laser os atributos de coerência (espacial e temporal), colimação, pouca divergência e alta energia, que o tornam útil para as mais diversas aplicações.

A coerência temporal pode ser vista como a medida da correlação de fase da onda luminosa em diferentes pontos ao longo da direção de propagação, e indica o

quanto monocromática é a fonte de emissão. A coerência espacial é a medida da correlação da fase da radiação eletromagnética em diferentes pontos na direção transversal à direção de propagação e indica o quanto uniforme é a fase da frente de onda.

Os pulsos laser utilizados nos sistemas Lidar possuem um ângulo de divergência que varia de 0,2 miliradianos (mrad), nos pulsos de mais baixa divergência, a 5,0 mrad, nos de maior divergência. Um pulso laser emitido por um sensor aerotransportado na direção vertical atinge o solo sob a forma de uma circunferência cujo diâmetro é diretamente proporcional à altura do sensor e ao ângulo de divergência (BRANDALIZE, 2002).

O sensor laser compõe-se basicamente de gerador de radiação laser, mecanismo de varredura, detector de sinal e amplificador.

O gerador de radiação laser é constituído geralmente de um laser de estado sólido, por permitir alta potência de saída. Os mais comuns usados em sistemas Lidar são os de Nd:YAG (*Neodymium Yttrium Aluminium Garnet*) e de semicondutores, que produzem pulsos na faixa de 800 a 1600 nanômetros (infravermelho), com duração de 10 a 15 nanossegundos e potência de picos de vários megawatts (WEHR E LOHR, 1999).

O mecanismo de varredura é responsável pelo direcionamento do pulso laser na direção transversal à linha de voo. Este mecanismo pode constituir-se de sistemas óptico-mecânicos (mais comuns) ou *scanner* de fibra óptica, menos utilizada devido à maior complexidade (WEHR e LOHR, 1999).

O grande volume de dados gerados exige unidades de armazenamento e processamento de dados digitais de grande capacidade.

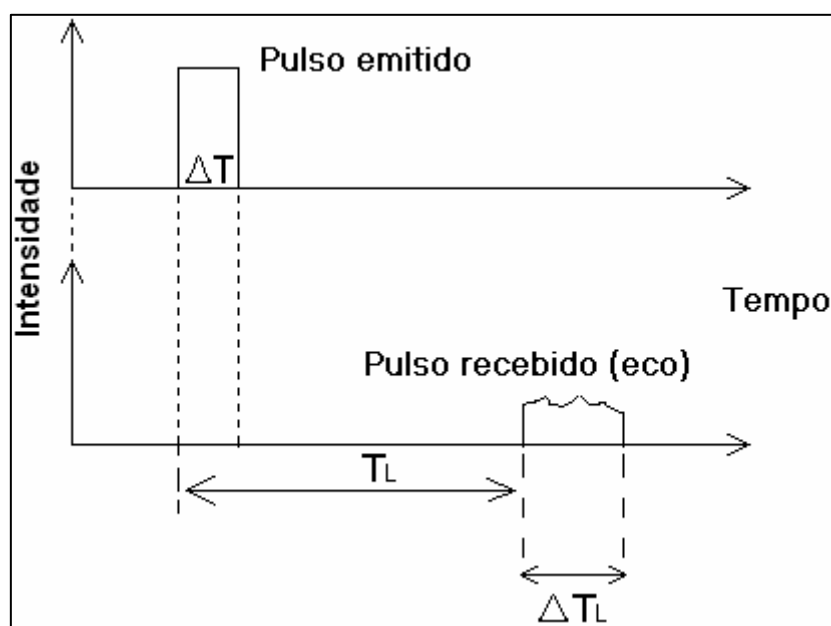
#### 2.2.1.2.2 Princípio de funcionamento

Um sistema Lidar baseia-se na emissão de pulsos laser em direção ao solo e na captura do sinal de retorno ao sensor (eco). Os pulsos emitidos são refletidos ou retroespalhados pelos objetos no solo (alvo). Parte deste sinal retorna na direção do



sensor e sensibiliza os fotodiodos que transformarão o sinal luminoso numa corrente elétrica, que é quantizada em função da intensidade do sinal recebido para armazenamento na forma digital. A intensidade de retorno é importante por trazer informação sobre as características do alvo e por permitir estabelecer uma imagem planimétrica monocromática da cena imageada (imagem intensidade). O tempo transcorrido entre a emissão do pulso e o retorno do sinal retroespalhado determina a distância sensor-alvo, usada para a determinação da altitude (Figura 2.9). O número de pulsos emitidos por segundo (PRF: *Pulse Repetition Frequency*) é fator determinante para a resolução do sistema.

FIGURA 2.9 – PULSOS EMITIDOS E RECEBIDOS DO LIDAR



$\Delta T$  : duração do sinal emitido pelo sensor.

$\Delta T_L$  : duração do sinal (eco) recebido pelo sensor.

$T_L$  : tempo transcorrido entre a emissão do pulso e a recepção do seu retorno (eco).

Paralelamente, são processados e armazenados os dados recebidos pelo sistema de posicionamento e navegação de forma que possam ser calculadas, além da altitude, também as coordenadas planimétricas de cada ponto do terreno.

A distância sensor-alvo é calculada em função do tempo de retorno do pulso, como mostrado na Equação 2.3 (BALTASAVIAS, 1999):

$$R = \frac{c * T_L}{2} \quad (2.3)$$

em que:

R: distância sensor-alvo;

c: velocidade da luz no meio considerado; e

$T_L$ : tempo transcorrido entre a emissão do pulso e a recepção do seu eco.

A resolução é dada por BALTASAVIAS (1999):

$$\Delta R = \frac{c * \Delta T_L}{2} \quad (2.4)$$

em que  $\Delta T_L$  é a duração do sinal (eco) recebido pelo sensor.

O ângulo de abertura do sensor é outro parâmetro importante a ser considerado num mapeamento por Lidar. Este ângulo determina a largura da faixa de perfilamento na direção transversal à linha de voo (Figura 2.10).

A largura da faixa de perfilamento é função do ângulo de abertura do sensor e da altura de voo, como mostrado pela Equação 2.5.

$$L = 2 * H * \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \quad (2.5)$$

em que  $L$  é a largura da faixa de perfilamento,  $\theta$  é o ângulo de abertura do sensor e  $H$  a altura de voo.

A frequência de perfilamento mede o número de linhas varridas pelo sensor a cada segundo. Na Figura 2.11 são mostrados, para uma mesma altura de voo, exemplos de varreduras no terreno com frequências de perfilamento de 30 Hz e 1 Hz, respectivamente.

FIGURA 2.10 - ÂNGULO DE ABERTURA

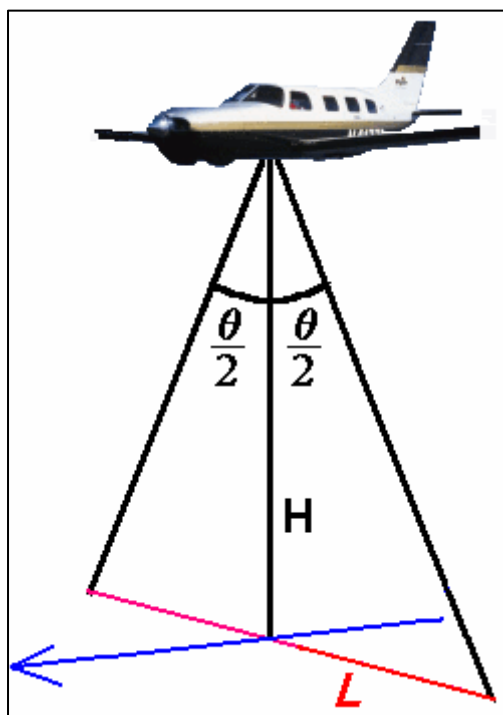
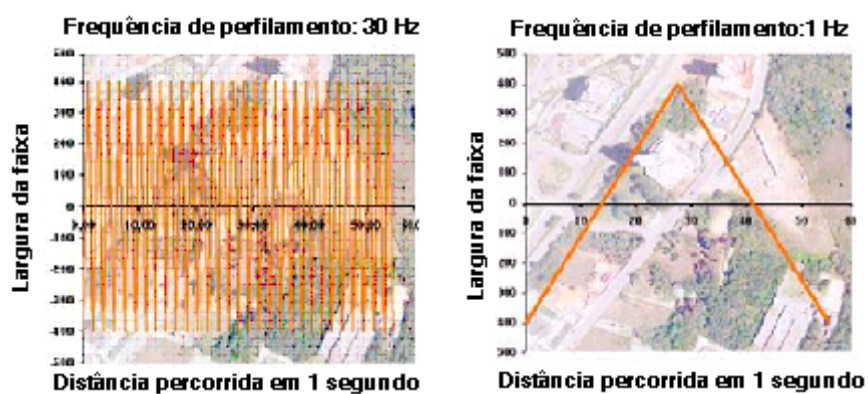


FIGURA 2.11 – FREQUÊNCIAS DE PERFILAMENTO



FONTE: BRANDALIZE (2002)

A densidade e a distribuição dos pontos no terreno são determinadas pelo ângulo de abertura e frequência de perfilamento do sensor combinadas com a altura de voo e a velocidade da aeronave (BRANDALIZE, 2002). As Equações 2.6 e 2.7 fornecem os valores do espaçamento entre os pontos no terreno nas direções da linha de voo ( $X$ ) e transversal à linha de voo ( $Y$ ). A Equação 2.8 fornece a densidade (pontos/área), usualmente dada em número de pontos por metro quadrado (BALTASAVIAS, 1999).

$$E_x = \frac{v}{2 * f_{perf}} \quad (2.6)$$

Em que  $v$  é a velocidade de voo e  $f_{perf}$  a frequência de perfilamento.

$$E_y = \frac{L * 2 * f_{perf}}{PRF} \quad (2.7)$$

Em que  $PRF$  é a frequência de emissão dos pulsos laser (*Pulse Repetition Frequency*).

A densidade, em pontos por metro quadrado, é dada por  $D = (E_x * E_y)^{-1}$ , que resulta na Equação 2.8.

$$D = \frac{PRF}{L * v} = \frac{PRF}{2 * v * H * tg \frac{\theta}{2}} \quad (2.8)$$

A Tabela 2.2 mostra um exemplo de valores de espaçamento entre pontos para diversas alturas de voo e frequências de perfilamento, para um ângulo de abertura de 40°, PRF de 33 kHz e velocidade de voo de 230 km/h.

TABELA 2.2 – RESOLUÇÃO x ALTURA DE VOO

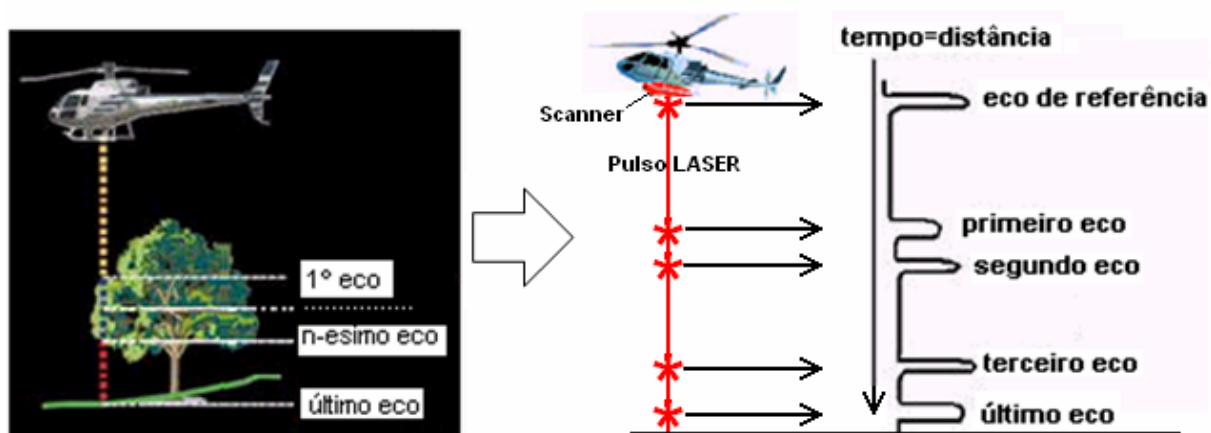
Altura de voo	500 m	1000 m	2000 m
Freq. perfilamento (Hz)	29 Hz	27 Hz	19 Hz
Largura faixa perfilamento (m)	360	720	1440
Espaçamento no eixo X (m)	1,11	1,19	1,69
Espaçamento no eixo Y (m)	0,63	1,18	1,66
Densidade (pontos por m <sup>2</sup> )	1,4	0,7	0,4

FONTE: BRANDALIZE (2002).

### 2.2.1.3 Reflexões do pulso laser

Devido à sua divergência, um pulso laser atinge a superfície como uma circunferência cujo diâmetro pode chegar a dezenas de centímetros e por isso pode ter mais de uma reflexão. Na Figura 2.12 mostra-se um exemplo de um pulso com múltiplas reflexões. A quantidade de reflexões que podem ser percebidas e gravadas varia de acordo com o sensor. O mais comum é a gravação do primeiro e do último pulso. A relação entre o número de pulsos refletidos pelo solo e o número total de pulsos emitidos é chamada de *taxa de penetração* (BRANDALIZE, 2002).

FIGURA 2.12– REFLEXÕES DO PULSO LASER



FONTE: Adaptado de BRANDALIZE (2002).

A importância da múltipla reflexão, principalmente do primeiro e último pulso, reside na possibilidade de se obter a identificação de objetos que se projetam acima do solo e, por meio de processos adequados de filtragem e interpretação, realizar a remoção virtual da camada de vegetação (PETZOLD et al., 1999; BRANDALIZE, 2002).

### 2.2.2 Exemplos de sistemas Lidar aerotransportados

O rápido avanço da tecnologia Lidar despertou o interesse tanto de fabricantes de sistemas para fins comerciais como de organizações que desenvolveram sistemas para seus próprios interesses. Entre os sistemas comerciais, citam-se as empresas OPTECH (Canadá), TOPOSYS GmbH (Alemanha), LH Systems (Suíça e Estados Unidos) e TOPEYE AB (Suécia). Estas empresas disponibilizam mais de uma dezena de modelos de sistemas Lidar. Além destas empresas, algumas organizações, como a Nasa (Estados Unidos) e outros órgãos governamentais na Europa e Estados Unidos trabalham na pesquisa e desenvolvimento de sistemas Lidar.

Na Tabela 2.3 mostram-se as características de dois sistemas atualmente disponíveis no mercado.

TABELA 2.3 - CARACTERÍSTICAS DE SISTEMAS LIDAR

Fabricante	OPTECH	TOPOSYS
Produto	ALTM 2050	Toposys Falcon
PRF	50000	83000
Frequência de perfilamento	Até 50 Hz	653 Hz
Ângulo da abertura	$0 \pm 20^\circ$	$0 \pm 14,3^\circ$
Altura máxima	2000 m	1600 m
Dados gravados	Primeiro pulso Último pulso Intensidade	Primeiro pulso Último pulso Intensidade

### 2.2.3 Obtenção de MDT

O Lidar fornece um conjunto de pontos que caracterizam o MDS (além da imagem intensidade) da área levantada. Entretanto, para um grande número de atividades, como, por exemplo, a confecção de cartas topográficas, mapas de declividade e obras de engenharia, é necessária a obtenção do Modelo Digital do Terreno (MDT). O MDT pode ser gerado a partir de um MDS, desde que seja possível remover, por processamento, a camada de vegetação, edifícios e outras obras de arte que estejam sobre o terreno. No caso de vegetação esparsa, em sistemas que armazenam o primeiro e o último pulso, a remoção virtual da vegetação é facilitada pela penetração dos pulsos lasers.

Diversas pesquisas têm sido e estão sendo realizadas para a filtragem de MDS para a obtenção de MDT, nos principais centros de pesquisa do mundo nesta área do conhecimento (WACK e WIMMER, 2002; TERRASCAN, 2007). Na Figura 2.13 mostra-se um exemplo de um MDS e o respectivo MDT, gerados a partir de dados Lidar.

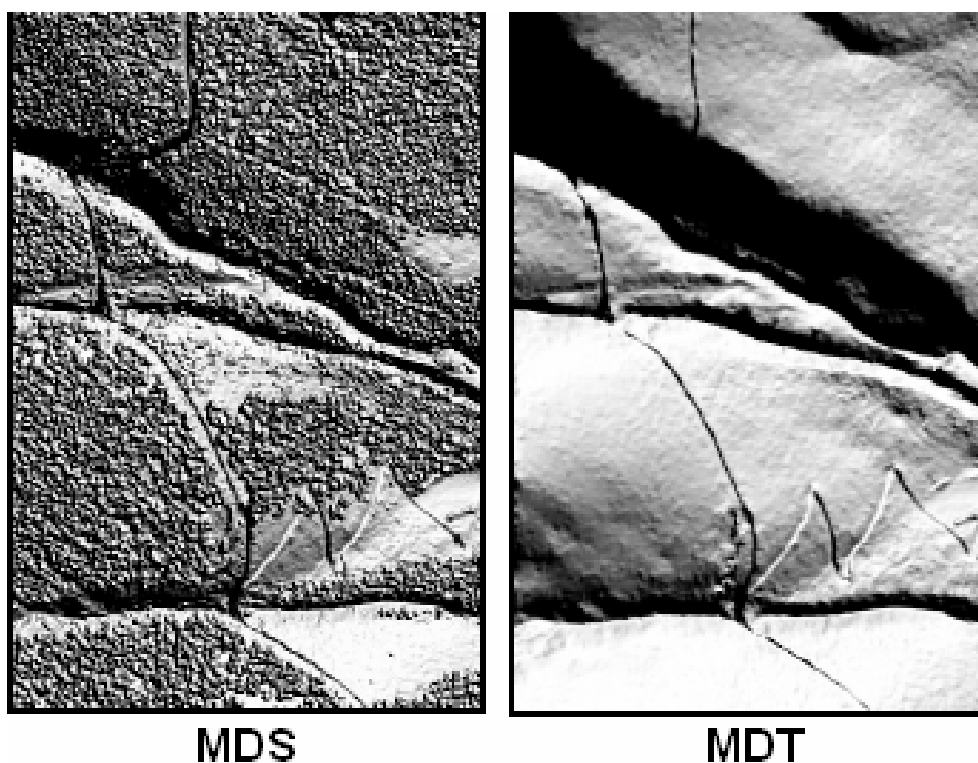
VOSSSELMAN (2000) apresentou um método de obtenção de MDT baseado na similaridade com o operador de erosão usado em morfologia matemática para o processamento de imagens em tons de cinza. O método baseia-se na diferença de altura entre os pontos. Dado o conjunto  $A$  de todos os pontos obtidos pelo sistema Lidar, o MDT (pontos do terreno) é o conjunto de todos os pontos  $p_i$  tal que a diferença de altitude entre este ponto e os pontos de uma vizinhança dada pela distância  $d(p_i, p_j)$  seja maior que uma diferença máxima de altitude fornecida pelo usuário (Equação 2.9).

$$MDT = \left\{ p_i \in A \mid \forall p_j \in A \Rightarrow |h_{p_j} - h_{p_i}| \geq \Delta h_{\max}(d(p_i, p_j)) \right\} \quad (2.9)$$

Os dados de MDT utilizados neste trabalho foram gerados com o software Terrascan, produzido pela empresa *Terrasolid Limited* e dedicado ao processamento de dados Lidar. Este software possui ferramentas específicas para a filtragem da

nuvem de pontos geradas pelo sensor laser para a obtenção dos pontos correspondentes ao terreno (TERRASCAN, 2007). O algoritmo do Terrascan utiliza-se de modelos para a filtragem do MDT. A classificação dos pontos do terreno é feita iterativamente, a partir da seleção de alguns pontos de baixa altitude que são admitidos como pertencentes ao terreno. O programa utiliza-se ainda de parâmetros fornecidos pelo usuário com base no conhecimento prévio do terreno ou da análise visual dos dados. Alguns destes parâmetros são: o tamanho máximo dos blocos, a declividade do terreno e o raio de abrangência para o cálculo da declividade (LOCH et al., 2007; TERRASCAN, 2007; AXELSSON, 2000).

FIGURA 2.13– MDS E MDT



MDS e MDT gerados com dados LIDAR.

Fonte: Adaptado de WACK e WIMMER (2002).



## 2.3 TRANSFORMADA WAVELET

Credita-se o surgimento da transformada *wavelet* a Alfred Haar, que a utilizou para análise multiescala em sua tese de doutorado em 1909 (DE OLIVEIRA, 2005). Entretanto, a forma de utilização atual da transformada *wavelet* consolidou-se somente no início da década de 1980, com os trabalhos de Morlet, Grossman, Meyer, Mallat, Daubechies e outros pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento, atraídos pela sua vasta gama de aplicações (MALLAT, 1989; MEYER, 1993; DAUBECHIES, 1996; BURRUS et al., 1998). Segundo DAUBECHIES (1996), o desenvolvimento da transformada *wavelet* é “*um exemplo em que ideias de diferentes campos do conhecimento foram combinadas num todo que resultou muito maior que a soma das partes*”.

### 2.3.1 Introdução

Segundo NIEVERGELT (1999), a transformada *wavelet* é uma extensão da transformada de Fourier. A transformada de Fourier decompõe uma função periódica numa combinação linear de funções harmônicas senoidais (senos e cossenos). Analogamente, a transformada *wavelet* decompõe uma função periódica numa combinação linear de funções geradas por uma *wavelet-mãe* e suas derivadas por translações (deslocamentos) e dilatações (escala).

A transformada *wavelet*, por representar uma solução que alia a possibilidade de análise e visualização em diferentes escalas com baixo custo computacional, tem sido largamente aplicada no processamento de sinais e imagens, além de diversas outras áreas do conhecimento, como geofísica, acústica, eletromagnetismo, astronomia e medicina (MALLAT, 1989; KAISER, 1994; FONSECA, 2000; MATOS, 2004; DE OLIVEIRA, 2005). Yves Meyer, um dos principais responsáveis pelo desenvolvimento da transformada *wavelet*, citou a Cartografia como exemplo de área do conhecimento com grande potencial para sua utilização, devido às suas propriedades para o processamento multiescalar.

A transformada *wavelet* necessita apenas de  $O(N)$  operações para realizar a transformação de uma função com  $N$  pontos amostrais (WICKERHAUSER, 1994), e a diferença de informações entre duas escalas com razão  $2^j$  pode ser dada pela decomposição da função por transformada *wavelet* em  $j$  níveis, denominada Análise Multirresolução (AMR). Além disso, por meio da transformada *wavelet* é possível calcular o diferencial de uma função bidimensional em diferentes direções (MALLAT, 1989), o que permite sua utilização para a análise de aspectos do terreno como declividade e curvatura (BEYER, 2003) e extração de bordas (MALLAT e HWANG, 1992; FONSECA, 2000).

O que torna as *wavelets* interessantes é a sua autossimilaridade. Toda função de uma base *wavelet* é a versão dilatada e/ou transladada de uma (ou algumas) *wavelets*-mãe. Conhecendo-se a *wavelet*-mãe, conhece-se tudo sobre a respectiva base. Outro fator importante na utilização da transformada *wavelet* é o fato de que as mesmas podem ser totalmente reversíveis, ou seja, é possível realizar a reconstrução exata (*lossless*) da grade original. Uma vez aplicada a transformada *wavelet*, pode-se aplicar a sua inversa e reconstituir a grade original sem que haja resíduos.

Neste contexto, a utilização da transformada *wavelet* para a AMR de grades regulares geradas a partir dos dados do laser scanner apresenta-se como uma hipótese de solução que alia a simplicidade da estrutura dos dados da grade regular com a rapidez de processamento e a capacidade de manutenção da geomorfologia das informações. A solução a ser apresentada neste trabalho será a utilização da transformada *wavelet* na geração de grades multirresolução com estrutura hierárquica.

### 2.3.2 Transformada de Fourier: domínio do espaço x domínio da frequência

A ideia de separar uma função periódica em componentes menores surgiu com Joseph Fourier, em 1807. Fourier provou que toda função contínua e periódica pode ser decomposta numa série de funções senos e cossenos de frequências

crescentes. Ao fazer isso, a transformada de Fourier muda a representação da função do domínio do espaço (ou tempo, no caso de funções temporais) para o domínio da frequência, o que consiste essencialmente numa transformação de sistemas de coordenadas: a transformada de Fourier converte as coordenadas espaciais (ou temporais) em frequências. Na Figura 2.14 mostra-se um exemplo de uma função composta com componentes de baixa e de alta frequência.

O conjunto de funções ortogonais  $\{\sin(2k\pi x), \cos(2k\pi x)\}, k \in \mathbb{Z}$  forma a base do espaço de funções da transformada de Fourier. Dada uma função unidimensional contínua  $y = f(x)$ , sua transformada de Fourier é dada por (Equação 2.10):

$$\mathfrak{T}(f(x)) = F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i u x} dx, \quad (2.10)$$

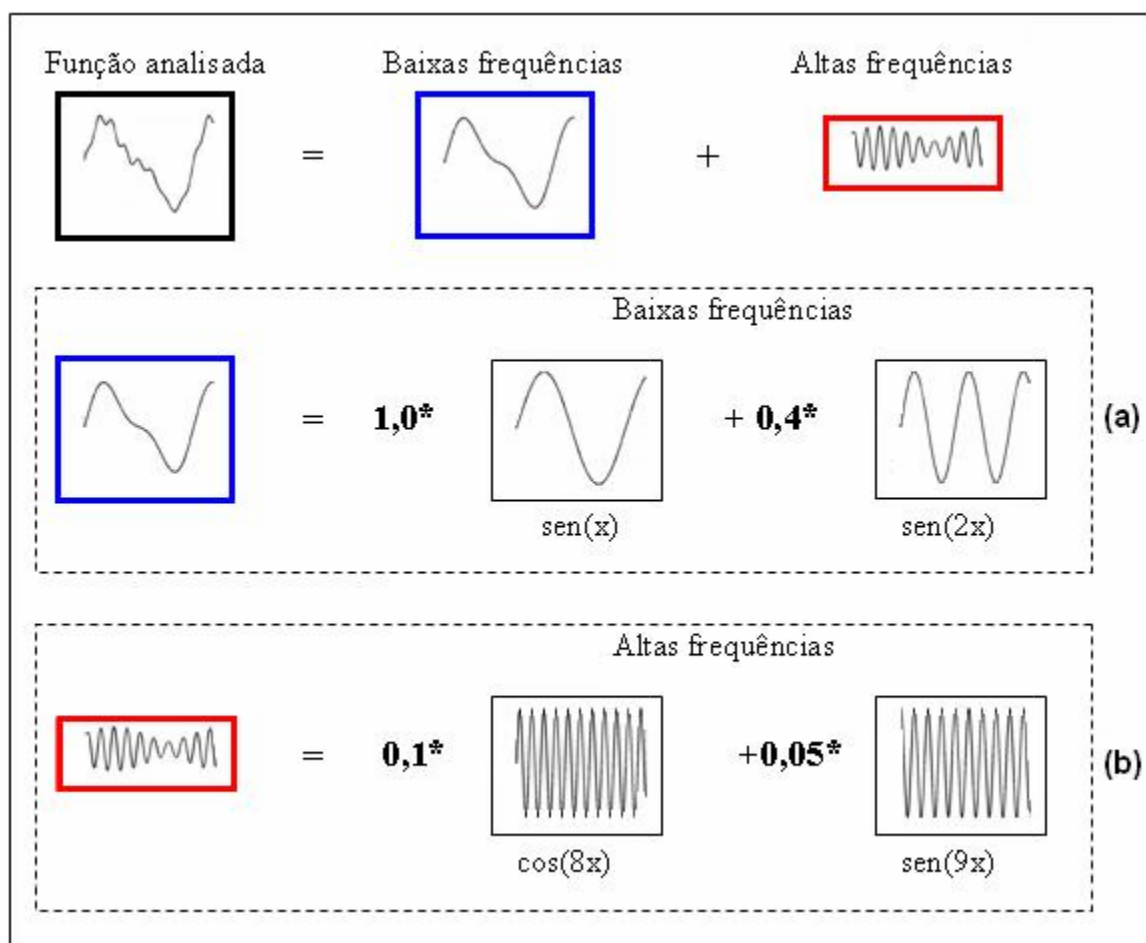
em que  $\mathfrak{T}(f(x))$  é a transformada de Fourier da função  $f(x)$ .

A inversa da transformada de Fourier sintetiza uma função a partir de suas componentes de frequência e é dada por (Equação 2.11):

$$\mathfrak{T}^{-1}(F(u)) = f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{2\pi i u x} du, \quad (2.11)$$

em que  $\mathfrak{T}^{-1}(F(u))$  é a inversa da transformada de Fourier da função  $F(u)$ .

FIGURA 2.14 – DECOMPOSIÇÃO DE UMA FUNÇÃO EM COMPONENTES DE FREQUÊNCIA



Exemplo de uma função  $f(x) = \text{sen}(x) + 0,4^* \text{sen}(2x) + 0,1^* \cos(8x) + 0,05^* \text{sen}(9x)$  decomposta em suas componentes de baixa e de alta frequência:

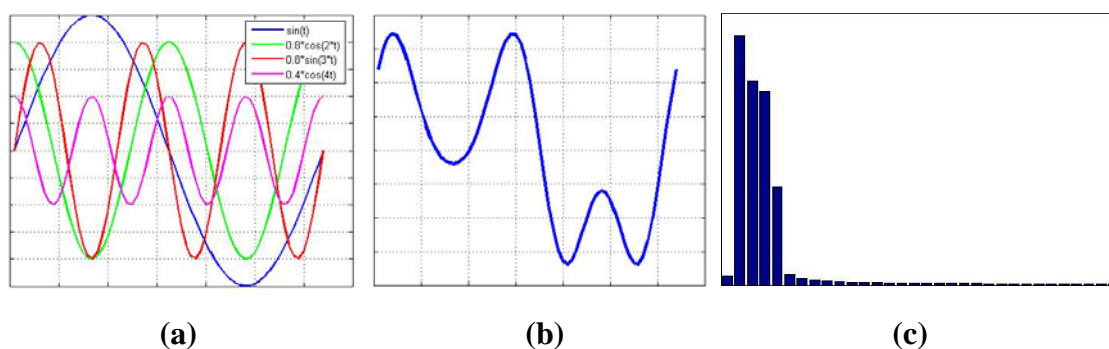
(a) componentes de baixa frequência:  $f_1(x) = \text{sen}(x) + 0,4^* \text{sen}(2x)$

(b) componentes de alta frequência:  $f_2(x) = 0,1^* \cos(8x) + 0,05^* \text{sen}(9x)$

Na Figura 2.15 mostra-se um exemplo de um sinal unidimensional  $y=f(x)$ , e sua transformada de Fourier. Na Figura 2.15(a) mostram-se as 4 funções senoidais que somadas formam a função mostrada na Figura 2.15(b). Na Figura 2.15(c) mostra-se a representação gráfica dos valores dos coeficientes da transformada de Fourier desta função, calculada com base em 64 pontos amostrais regularmente espaçados. O valor médio da função é zero. Observa-se, na Figura 2.15(c), que a primeira barra, que representa o valor da frequência harmônica de ordem zero, corresponde a uma média,

ligeiramente diferente de zero. Isso se deve aos erros de arredondamento no processo de amostragem. As quatro barras seguintes correspondem aos valores correspondentes às harmônicas de ordem 1, 2, 3 e 4, o mesmo ocorrendo com as barras que correspondem às harmônicas de ordem 5 em diante (que também deveriam ser nulas).

FIGURA 2.15– TRANSFORMADA DE FOURIER



- (a) Representação gráfica de 4 funções senoidais com frequências crescentes
- (b) Representação gráfica da resultante da soma das 4 funções de (a)
- (c) Representação gráfica da transformada de Fourier de (b).

A aplicação da transformada de Fourier a um MDT ( $z=f(x,y)$ ) ou a uma função bidimensional proporciona a representação em termos das suas componentes de frequência, em ciclos por linha (direção do eixo X) ou ciclos por coluna (direção do eixo Y). Na Figura 2.16 mostra-se um exemplo de uma função bidimensional representada por componentes de frequência. Na Figura 2.16(a) está representada uma onda senoidal bidimensional na direção do eixo X; e na Figura 2.16(b) está representada a mesma onda na direção do eixo Y. Na Figura 2.16(c) está representada a soma das duas ondas senoidais mostradas nas Figuras 2.16(a) e 2.16(b).

Para o caso de funções bidimensionais, a transformada de Fourier é dada por:

$$\mathfrak{T}(f(x, y)) = F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2\pi i (ux + dy)} dx dy, \text{ em que } i = \sqrt{-1} \quad (2.12)$$

e a inversa da transformada de Fourier é dada por:

$$\mathfrak{T}^{-1}(F(u, v)) = f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{2\pi i (ux + dy)} du dv \quad (2.13)$$

A transformada bidimensional discreta de Fourier é dada por:

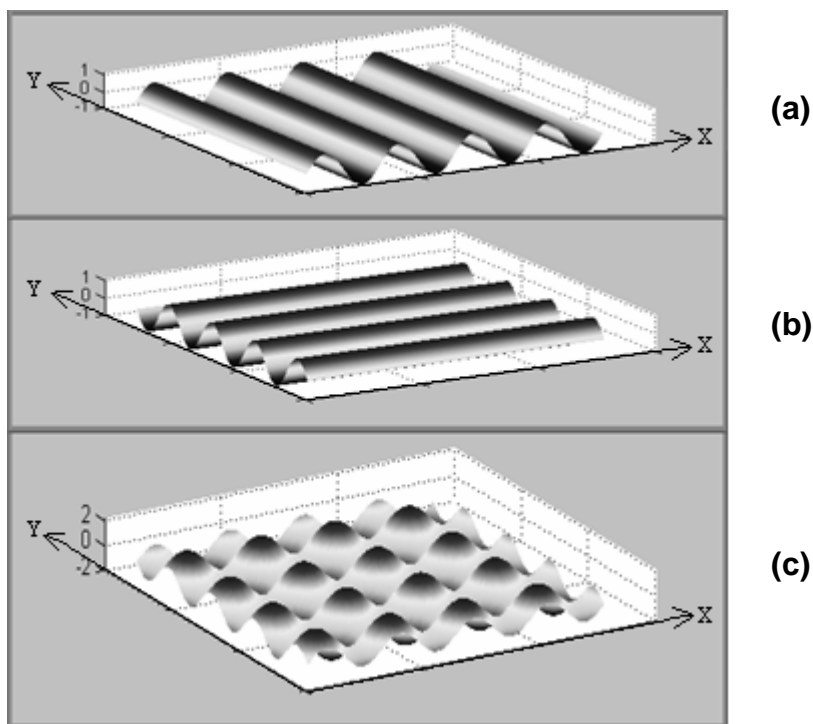
$$\mathfrak{T}(f(x, y)) = F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}, \quad (2.14)$$

em que M e N são o número de linhas e de colunas da grade (matriz) representativa da função. A transformada de Fourier inversa é dada por:

$$\mathfrak{T}^{-1}(F(u, v)) = f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)} \quad (2.15)$$

A aplicação da transformada de Fourier a um MDT representado por uma grade regular gera uma informação no domínio da frequência, em que cada ponto é definido por um vetor da forma  $(k_i \cdot \sin \theta_i, k_j \cdot \cos \theta_j)$ , em que  $k_i$  e  $k_j$  representam os coeficientes da transformada de Fourier, ao passo que  $\theta_i$  e  $\theta_j$  representam as frequências correspondentes (Figuras 2.15 e 2.16). O domínio da frequência tem esse nome porque os parâmetros que definem as curvas seno e cosseno são as frequências correspondentes. As componentes da função que possuem maiores frequências são descritas por senos e cossenos de menor comprimento de onda e vice-versa.

FIGURA 2.16 - REPRESENTAÇÃO DE SUPERFÍCIES POR MEIO DE ONDAS BIDIMENSIONAIS



(a) Ondas senoidais bidimensionais paralelas ao eixo X  
 (b) Ondas senoidais bidimensionais paralelas ao eixo Y  
 (c) Soma das ondas mostradas em (a) e (b)  
 FONTE: Adaptada de MATHER (1999).

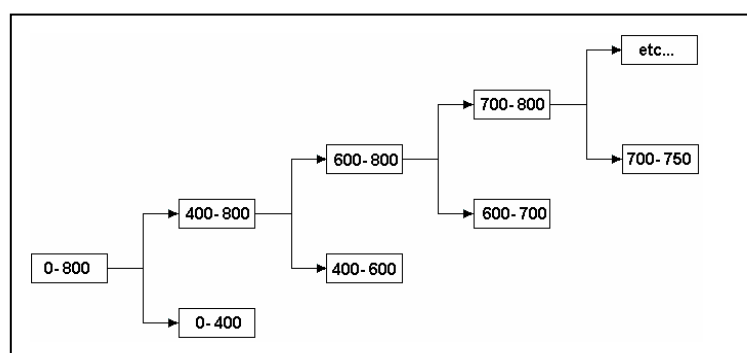
### 2.3.3 Transformada *wavelet*

*Wavelets* são funções que atuam como blocos de construção de outras funções, ou seja, uma função pode ser representada por uma combinação linear de funções *wavelets*. Em contraste com a transformada de Fourier, a transformada *wavelet* utiliza funções de frequência específica que se aproximam de zero em ambas as extremidades e podem ser facilmente dilatadas e/ou transladadas para uso em diferentes resoluções (TRAUTH, 2007). Ao invés de trabalhar com as ondas infinitas dos senos e cossenos, a análise *wavelet* conta com a translação e a dilatação (ou compressão) de uma *wavelet-mãe* escolhida adequadamente e que se concentra num intervalo finito (DAUBECHIES, 1994).

O princípio básico de uma transformada *wavelet* é a divisão de uma função em uma combinação linear de funções do tipo  $f = \dots c_0\psi_0 + c_1\psi_1 + c_2\psi_2 + \dots$  em que os  $c_i$  são os coeficientes e as  $\psi_i$  são as funções básicas. As transformadas *wavelet* têm a propriedade de operar com filtros passa-baixas para as resoluções mais baixas (menos detalhes) e com filtros passa-altas para as resoluções mais altas (mais detalhes). Os parâmetros dos filtros são dados pela *wavelet-mãe* e suas respectivas posições e deslocamentos. As transformações são inversíveis e não redundantes, o que significa a possibilidade de reconstituição total do sinal decomposto e economia de espaço e tempo no processamento.

O princípio básico da transformada *wavelet* pode ser descrito de acordo com a Figura 2.17, dividindo-se a função (MDT, sinal, imagem etc.) por meio de filtros passa-altas e passa-baixas. Os filtros passa-baixas fornecem uma aproximação da função, e os filtros passa-altas, seus detalhes. Repete-se o processo sucessivamente até ser atingida a resolução desejada.

FIGURA 2.17 – TRANSFORMADA WAVELET



Princípio básico da transformada *wavelet* associada a filtros passa-altas e passa-baixas (valores em Hz)

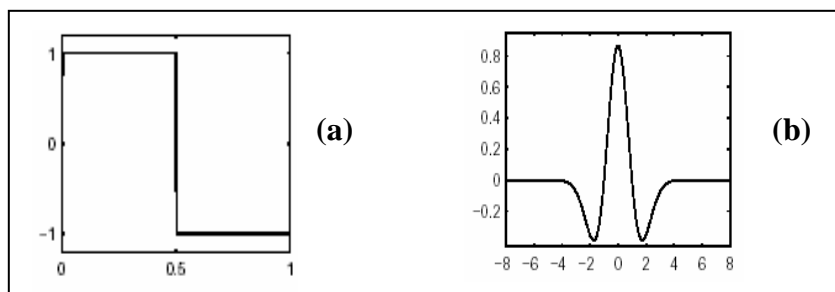


Em relação à transformada de Fourier, a transformada *wavelet* apresenta as seguintes diferenças principais:

- 1) Enquanto na transformada de Fourier a função é decomposta em senos e cossenos, na transformada *wavelet* pode-se escolher entre um conjunto infinito de funções, denominadas de *wavelet-mãe*, como as mostradas na Figura 2.18.
- 2) Diferentemente da transformada de Fourier, em que o tempo e a frequência são divididos por meio de janelas de escala constante (*STFT: Short Time Fourier Transform*), a transformada *wavelet* utiliza uma técnica de janelamento de diferentes escalas.

As dimensões e localização das janelas na transformada *wavelet* são dadas pela mudança da posição e escala (dilatação) da função *wavelet*.

FIGURA 2.18 – EXEMPLOS DE FUNÇÕES WAVELETS



(a) Haar: Primeira e mais simples função *wavelet*

(b) Chapéu Mexicano: função *wavelet* proporcional à segunda derivada da função densidade de probabilidade

FONTE: MISITI et al. (1997).

A transformada *wavelet* de uma função  $f(x)$  é dada por (Equação 2.16):

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx \quad (2.16)$$

Na Equação 2.16,  $a$  é denominado fator de escala e  $b$  é denominado fator de translação. A função  $\psi(x)$  é chamada de *wavelet-mãe*. As funções  $\psi((x-b)/a)$  são as *wavelets* derivadas da *wavelet-mãe* por translação (Equação 2.17) e mudança de escala ou escalamento (Equação 2.18). Entende-se por escalamento a operação matemática que produz a dilatação ou compressão de uma função (mudança de escala da função). O valor de  $C(a,b)$  da Equação 2.16 representa a similaridade entre a função *wavelet*  $\psi(x)$  e a função analisada  $f(x)$ . Quanto maior o valor do coeficiente  $C(a,b)$ , maior a similaridade da função analisada com a *wavelet*. A Equação 2.19 representa a expressão das operações de translação e escalamento conjuntamente (Equação 2.17 e 2.18). Na Equação 2.20 mostra-se outra forma de representação da Equação 2.16 (KAISER, 1994; BURRUS et al., 1998; MIX e OLEJNICZAK, 2003; WALKER, 2008).

$$\psi_b(x) = \psi(x-b) \quad (\text{translação}) \quad (2.17)$$

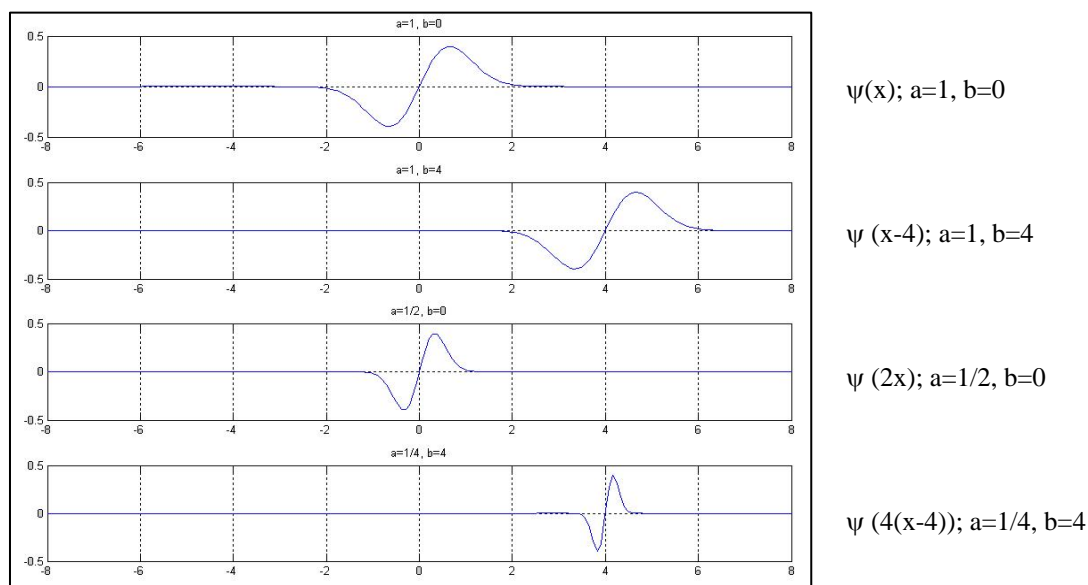
$$\psi_a(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x}{a}\right), a \neq 0 \quad (\text{escalamento}) \quad (2.18)$$

$$\psi_{a,b}(x) = \psi\left(\frac{x-b}{a}\right), a \neq 0 \quad (\text{translação e escalamento}) \quad (2.19)$$

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{a,b}(x) dx \quad (2.20)$$

Na Figura 2.19 mostra-se uma função *wavelet* ( $\psi(x) = \sin(x)e^{-\frac{x^2}{2}}$ ) com alguns exemplos de translação e escalamento.

FIGURA 2.19 – TRANSLAÇÃO E MUDANÇA DE ESCALA DE UMA WAVELET



FONTE: Adaptado de PARKER (1997)

O cálculo dos coeficientes  $C(a,b)$  pode ser feito esquematicamente em 5 passos (MISITI et al., 1997), como mostrado na Figura 2.20:

- 1) superpor a função *wavelet* com a porção inicial da função a ser analisada;
- 2) calcular o coeficiente *wavelet*  $C$  (Equação 2.16) que representa o quanto a função *wavelet* é similar à seção da função sob análise. Quanto maior o valor de  $C$ , maior a similaridade;
- 3) transladar a função *wavelet* para a direita (alterar o valor de  $b$  na Equação 2.16 e repetir os passos 1 e 2 até atingir toda a função);
- 4) mudar a escala (expandir) e a função *wavelet* (alterar o valor de  $a$  na Equação 2.16 e repetir os passos 1 a 3); e
- 5) repetir os passos 1 a 4 para todas as escalas desejadas.

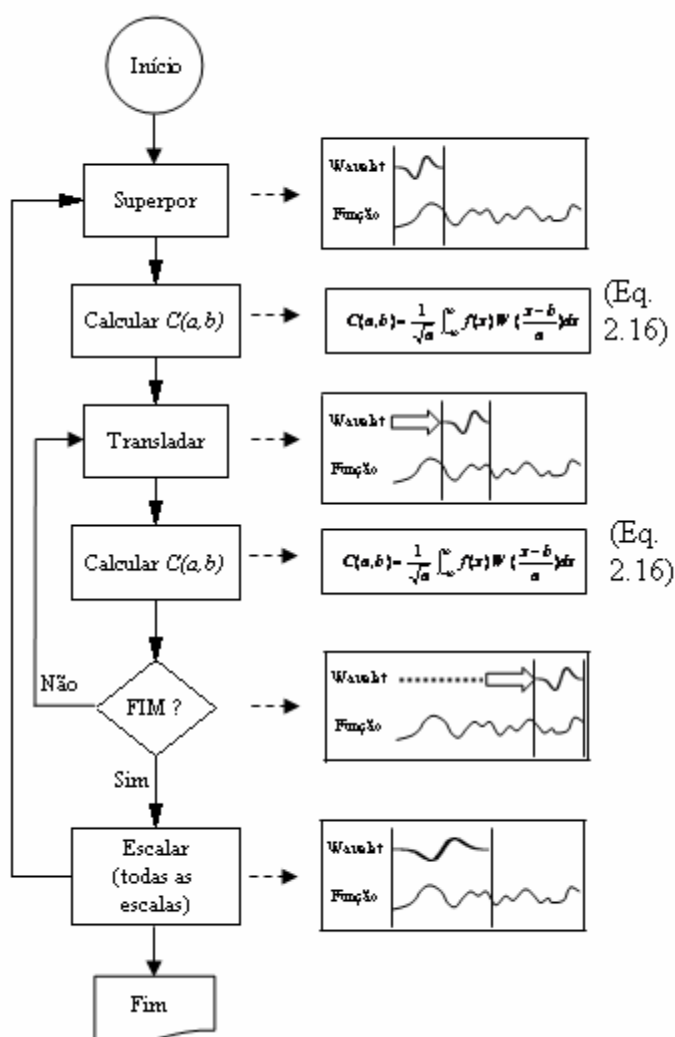
Ao finalizar o processo, são obtidos os coeficientes produzidos em diferentes escalas e diferentes seções da função.

Da mesma forma que a transformada de Fourier, a transformada *wavelet* tem a propriedade da separabilidade. Isto significa que a transformada *wavelet* de uma função bidimensional pode ser realizada por duas operações de transformada *wavelet* unidimensional. Numa imagem, pode-se realizar primeiramente a transformação por linhas e depois por colunas, ou vice-versa (PARKER, 1997). O mesmo procedimento pode ser adotado num MDT representado por uma grade regular.

Como foi visto na seção anterior, a base para a transformada de Fourier é formada por um conjunto de funções (seno e cosseno), que são não nulas em todo o domínio  $(-\infty \text{ a } +\infty)$ . Portanto, na transformada de Fourier, cada componente contribui para a reconstrução da função de modo global. No caso de um MDT, cada componente de frequência da transformada de Fourier é representativo de toda a superfície analisada. Desta forma, a transformada de Fourier determina “*quais*” frequências ocorrem numa determinada função, mas não consegue determinar “*onde*” estas frequências ocorrem.

Nas transformadas *wavelets*, utilizam-se funções de suporte compacto. Isto significa que a função é definida sobre um intervalo limitado, ou seja, são funções de rápido decaimento ( $f(x) = 0$  quando  $x \rightarrow \infty$ ). Esta propriedade faz com que a contribuição de cada elemento da base seja local, o que permite que a análise da função seja realizada tanto em termos de frequência como de posição. Em outras palavras, a transformada *wavelet* permite determinar não apenas “*quais*” as componentes de frequência da função, mas também “*onde*” estas frequências ocorrem. Além disso, a base da transformada de Fourier pertence a um espaço finito de funções (senos e cossenos), enquanto na transformada *wavelet* esta base é ilimitada. Assim, é possível projetar funções *wavelets* com propriedades adequadas a cada tipo de aplicação.

FIGURA 2.20 – SEQUÊNCIA DE CÁLCULO DA TRANSFORMADA WAVELET



Dentre as funções *wavelets*, a de Haar é a mais simples de todas: contém um único momento nulo, é simétrica, tem suporte compacto, porém não é diferenciável. É um caso particular da *wavelet* de Daubechies, embora tenha sido proposta muito antes da teoria *wavelet* ter sido concebida.

Ingrid Daubechies descobriu em 1987 uma família de *wavelets* com suporte compacto e suavidade, que passou a ser denominada *wavelet* de Daubechies. É a mais comum depois da *wavelet* de Haar e similar à mesma, isto é, calcula as médias e diferenças por meio de produtos escalares. A diferença é que a transformada *wavelet*

de Daubechies gera as aproximações (baixas frequências) e os detalhes (altas frequências) usando um número maior de pontos da grade (filtros maiores). As *wavelets* de Daubechies apresentam suporte compacto, geram bases ortogonais, são diferenciáveis e assimétricas. Podem ser designadas por “Dbn”, em que  $n$  é a ordem da função *wavelet* cujo suporte é  $2n$ . A *wavelet* de Daubechies de ordem 1 (Db1) tem suporte igual a 2 e corresponde à *wavelet* de Haar. Para contornar o problema da assimetria, Daubechies criou a família de *wavelets* Symlet (DE OLIVEIRA, 2005). As *wavelets* Symlet são similares às de Daubechies, porém mais simétricas e por isso também são denominadas “*wavelets* de Daubechies quase-simétricas”.

#### 2.3.4 Análise multirresolução (AMR)

MALLAT (1989) mostrou que as diferenças de informação entre aproximações de uma função em escalas diádicas  $2^{j+1}$  e  $2^j$  podem ser extraídas da decomposição da função numa base *wavelet* ortonormal de  $L^2(\mathfrak{R})$ . Em  $L^2(\mathfrak{R})$ , uma base *wavelet* ortonormal é a família das funções  $\sqrt{2^j}\psi(2^j x - n)$ ,  $(j, n) \in \mathbb{Z}^2$ , que são construídas por dilatação (escalamento) e translação (deslocamento) de uma função única  $\psi(x)$ . Esta decomposição define uma representação multirresolução ortogonal chamada representação *wavelet*.

A ideia da AMR, segundo MALLAT (1989), é representar uma função em diferentes níveis de resolução, com a possibilidade de se transitar facilmente entre as resoluções desejadas, sem outras perdas que não sejam as devidas aos erros de arredondamento e truncamento, inevitáveis quando se trabalha com valores discretos.

A AMR num espaço vetorial bidimensional  $L^2(\mathfrak{R})$  é definida como a sequência de subespaços fechados  $V_m$  de  $L^2(\mathfrak{R})$  com  $m \in \mathbb{Z}$  (em que  $\mathbb{Z}$  representa o conjunto dos números inteiros) e as seguintes propriedades (MALLAT, 1989):

$$1) \quad V_j \subset V_{j+1}, j \in \mathbb{Z} \quad (2.21)$$

$$2) \quad \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad (2.22)$$

$$3) \quad \bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathfrak{R}) \quad (2.23)$$

$$4) \quad f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j+1} \quad (2.24)$$

$$5) \quad f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(x-k) \in V_j \quad (2.25)$$

As propriedades (1), (2) e (3) mostram que os espaços que contêm as resoluções mais altas contêm também as resoluções menores, ou seja, os detalhes que aparecem na escala  $2^{j+1}$  também estão presentes na escala  $2^j$  e a união de todos os subespaços forma o espaço  $L^2(\mathfrak{R})$ , o qual contém todas as escalas possíveis (DE OLIVEIRA, 2005). A propriedade (4) assegura que os elementos de um determinado espaço são simplesmente as versões escalonadas dos elementos do espaço seguinte (BURRUS et al., 1998), e a propriedade (5) indica que  $f(x)$  é invariante ao deslocamento.

A AMR também define subespaços  $W_j \subset L^2(\mathfrak{R})$  chamados de espaços *wavelets* ou espaços de detalhes, formados pelos detalhes da função na escala  $V_j$ , isto é, definidos como o complemento ortogonal de  $V_j$  em relação ao espaço de escalas.  $W_j$  representa a informação que é perdida quando se muda de escala, ao passar de  $V_{j+1}$  para  $V_j$  (MORETTIN, 1999).

Assim, segundo DE OLIVEIRA (2005), temos:

$$\dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots \subset L^2 \quad (2.26)$$

denominado de espaço de *wavelets* ou espaços de escalas e;

$$.... \subset W_{-2} \subset W_{-1} \subset W_0 \subset W_1 \subset W_2 \subset .... \subset L^2 \quad (2.27)$$

denominado de espaço de detalhes. A relação entre os espaços de *wavelets* e os espaços de detalhes é dada por:

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (2.28)$$

Portanto, o espaço  $V_j$  pode ser dado pela relação:

$$V_j = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus .... \oplus W_{j-1} \quad (2.29)$$

Além disso, o espaço vetorial  $L^2(\mathcal{R})$  pode ser dado pela soma direta de um único espaço de *wavelets* e todos os espaços de detalhes, de acordo com a Equação 2.30, também mostrado esquematicamente na Figura 2.20.

$$L^2(\mathcal{R}) = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus W_1 ..... \oplus W_\infty \quad (2.30)$$

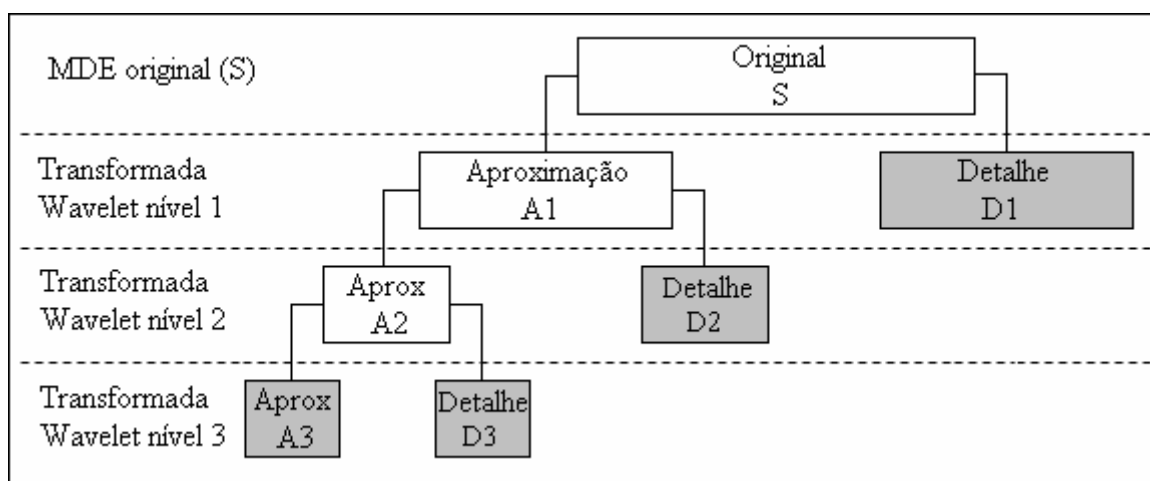
A AMR permite realizar a análise de uma função em diferentes escalas. Na prática, a AMR é realizada aplicando-se um banco de filtros composto de filtros passa-altas e passa-baixas, reamostrando-se a função a cada filtragem a uma taxa de duas vezes a frequência anterior. A transformada *wavelet* é um exemplo de família de filtros deste tipo. A cada filtragem *wavelet*, o filtro passa-baixas resulta numa aproximação da função numa escala igual à metade da anterior, e o filtro passa-altas fornece uma representação dos coeficientes *wavelets* correspondentes às altas frequências da função analisada.

Na Figura 2.21 mostra-se um exemplo esquemático da transformada *wavelet* de uma função genérica. A função (sinal)  $S$  é dividida por meio de filtros passa-altas e passa-baixas (parametrizados pela função *wavelet*). O processo pode ser repetido indefinidamente e deste modo produzir os diversos níveis de resolução do sinal transformado. Para cada nível, o sinal é dividido em dois conjuntos: um conjunto de coeficientes de aproximação, que contém os dados referentes à função suavizada (correspondente a uma escala igual à metade da escala do nível anterior) e um



conjunto correspondente aos coeficientes de detalhes, que representam as componentes de alta frequência que foram suprimidas. A reconstituição da função pode ser realizada em qualquer nível, sendo que, para cada nível, o resultado será apresentado na escala igual à metade do nível anterior. Mais detalhes sobre a teoria das transformadas *wavelets* podem ser vistos em MEYER (1993), PARKER (1997) e BURRUS et al. (1998).

FIGURA 2.21 – TRANSFORMADA WAVELET E MULTIRRESOLUÇÃO



Esquema da transformada Wavelet em 3 níveis. Para a reconstituição do sinal original, é necessário armazenar apenas a aproximação do último nível e os detalhes de todos os demais níveis (em destaque).

A AMR vem tendo aplicação crescente em processamento de sinais e imagens e é uma ferramenta útil em todas as aplicações onde se torna necessária a análise ou visualização dos dados em diferentes níveis de resolução. Daí a importância do estudo de sua aplicabilidade em MDT, em que o fator escala é fundamental ao entendimento das características do terreno.

## 2.4 GENERALIZAÇÃO CARTOGRÁFICA

*“Generalização é o processo de redução de detalhes de um mapa por consequência da redução da escala”* (BURROUGH e MCDONNELL, 1998).

Num ambiente digital, o processo de generalização suporta uma variedade de tarefas que incluem redução dos dados digitais armazenados, manipulação de escala, classificação estatística e simbolização. De todas as tarefas da cartografia digital e SIG, poucas são tão fundamentais ao processo de confecção do mapa e tão difíceis de automatizar quanto a generalização. A maior restrição ao conteúdo do mapa é a escala, que determina o espaço disponível para os símbolos. Assim, a generalização cartográfica pode ser considerada um processo de abstração da informação dependente da escala (JONES, 1997).

O fato de o processo de generalização ser muito subjetivo tem dificultado sua automatização, principalmente para mapas temáticos, nos quais o grau de subjetividade envolvido é maior (BURROUGH e MCDONNELL, 1998). A cada fase da generalização, o cartógrafo é obrigado a tomar decisões sobre quais feições devem permanecer, quais devem ser modificadas, retiradas ou ressimbolizadas, e quais linhas devem ser suavizadas ou simplificadas (MCMASTER e SHEA, 1992).

A dificuldade de obter regras claras e precisas para a generalização cartográfica digital deve-se ao fato de os cartógrafos não terem desenvolvido estas regras para a generalização manual (MCMASTER e SHEA, 1992).

MCMASTER e SHEA (1992), citando BRASSEL e WEIBEL (1988), destacam dois aspectos importantes da generalização: a generalização cartográfica e a generalização estatística. Na generalização cartográfica, são utilizados operadores espaciais que são aplicados para efetuar a redução dos detalhes com a manutenção da qualidade visual e estética do mapa. A generalização estatística envolve a simplificação geométrica de linhas e polígonos e de Modelos Digitais do Terreno e ocorre na base de dados. Ainda segundo MCMASTER e SHEA (1992), grande parte do esforço desenvolvido nas últimas décadas foi concentrado na generalização

cartográfica, enquanto só mais recentemente os cartógrafos reconheceram a necessidade de focalizar os aspectos da generalização estatística.

#### 2.4.1 Modelos conceituais

Segundo MCMASTER (1991), os modelos conceituais mais importantes para o desenvolvimento da generalização cartográfica são os de Ratajski, de Morrison, de Brassel e Weibel e de Nickerson e Freeman. MCMASTER e SHEA (1992), além de citarem os modelos acima, apresentaram um novo modelo conceitual, que se tornou o mais utilizado no atual estágio da generalização cartográfica.

O modelo de Ratajski foi um dos primeiros modelos formais de generalização. Neste modelo, são identificados dois tipos fundamentais de generalização: o qualitativo e o quantitativo. A generalização quantitativa envolve a redução gradual do conteúdo do mapa de acordo com a mudança de escala. A generalização qualitativa envolve a transformação das formas elementares de simbolização para formas mais abstratas. Um conceito importante introduzido pelo modelo de Ratajski foi o de ponto de generalização, que é o ponto da redução de escala a partir do qual se torna necessária uma mudança de representação dos elementos do mapa. O ponto de generalização num mapa pode ser descrito como um triângulo no qual a base representa a máxima e o ápice a mínima capacidade de representação. Linhas horizontais no triângulo representam diferentes níveis de generalização. Quando a linha representativa do nível de generalização se aproxima do ápice do triângulo, um novo método de representação cartográfica se torna necessário (MCMASTER, 1991; MCMASTER e SHEA, 1992).

O modelo de Morrison é baseado na teoria dos conjuntos e consiste na transformação dos elementos sensoriais da realidade do cartógrafo para o elemento físico do mapa. No modelo de Morrison, a generalização ocorre por processos de simplificação, classificação, indução ou simbolização, que podem ser funções injetoras, sobrejetoras ou bijetoras. Por exemplo, a classificação é uma função injetora,

pois vários elementos no mapa original irão compor um único elemento no mapa generalizado (agrupamento de casas para formar uma quadra ou a combinação de várias classes de culturas para formar uma nova classe). Este processo não é reversível e, portanto, a classificação não é função sobrejetora (MCMASTER, 1991).

O modelo conceitual de Brassel e Weibel identifica 5 processos na generalização em ambiente digital: reconhecimento da estrutura, reconhecimento do processo, modelagem do processo, execução do processo e visualização dos dados. Posteriormente, WEIBEL (1995) identificou dois tipos de generalização: a generalização cartográfica e a generalização estatística ou generalização da base de dados ou ainda generalização de modelos (MÜLLER et al., 1995; WEIBEL, 1995). A generalização cartográfica tem por objetivo melhorar a qualidade de comunicação com o usuário. A generalização da base de dados ou generalização estatística tem por objetivo a redução da quantidade de dados e análises estatísticas. A generalização estatística é menos suscetível à subjetividade e dependente mais de processos determinísticos ou probabilísticos, o que torna sua automatização mais fácil (WEIBEL, 1995).

O modelo conceitual de Nickerson e Freeman utiliza 4 operadores de generalização: deleção, simplificação, combinação e conversão. Neste modelo foi introduzido o conceito de mapa intermediário, que é o resultado da aplicação dos operadores de generalização sobre as feições e da ampliação dos símbolos. Numa etapa posterior, ocorrem a realocação das feições e o reposicionamento dos símbolos. Em seguida, ocorrem uma redução de escala e a colocação dos nomes para gerar o mapa generalizado.

O modelo conceitual de McMaster e Shea foi proposto em 1992. Este modelo destaca-se por propor uma visão abrangente da generalização cartográfica, voltada para a cartografia digital. O modelo é estruturado em três aspectos, para cada um dos quais os autores desenvolveram uma estrutura completa de operadores de generalização:

- a) objetivos filosóficos ou por que generalizar;
- b) avaliação cartométrica ou quando generalizar; e
- c) transformações espaciais e de atributos ou como generalizar.

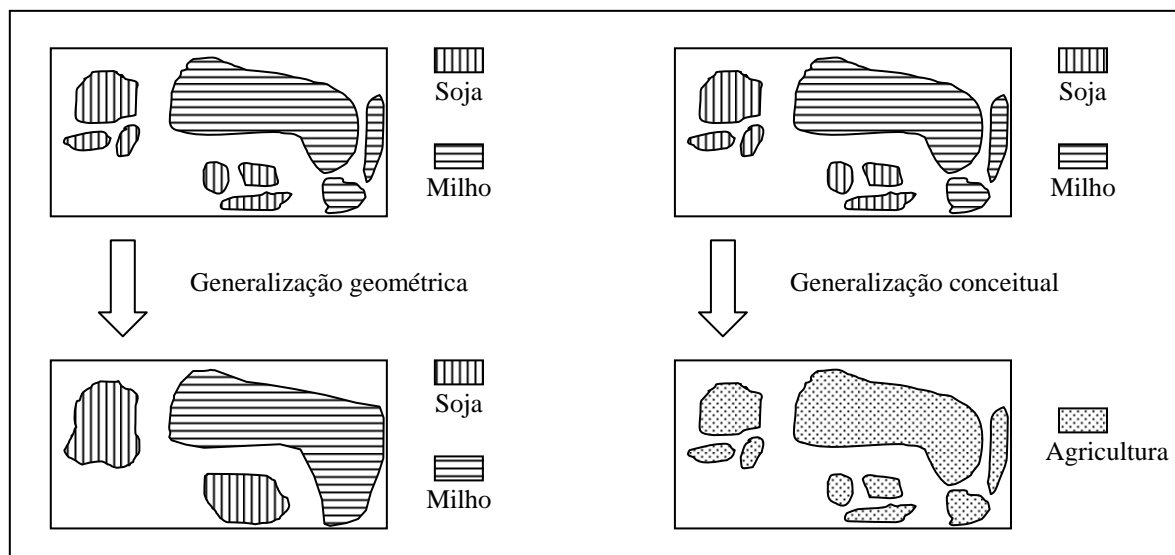
Os objetivos filosóficos dizem respeito aos motivos pelos quais a generalização se torna necessária. Estes motivos estão ligados ao propósito de aplicação do mapa, envolvem aspectos teóricos e computacionais e devem manter os princípios de clareza, acurácia e qualidade estética determinados no projeto cartográfico.

A avaliação cartométrica visa a determinar a necessidade da realização da generalização cartográfica pela detecção de condições geométricas e de medidas espaciais que mostrem as inconsistências da escala do mapa com os princípios acima citados.

As transformações espaciais e de atributos mostram os operadores que devem ser aplicados para atingir os objetivos da redução de escala, os procedimentos necessários para realizar a generalização. Estes operadores foram desenvolvidos com base nas práticas manuais de generalização e com a preocupação de manter a legibilidade do mapa de acordo com os princípios já citados.

Segundo LEE (1992), a necessidade de generalização cartográfica pode ser causada tanto pela mudança de escala quanto pelo propósito do mapa. A mesma linha de pensamento é seguida por KRAAK e ORMELING (1996), que distinguem dois tipos de generalização cartográfica, de acordo com os métodos envolvidos no processo de generalização: a generalização gráfica ou geométrica e a generalização conceitual. A diferença entre ambas está relacionada ao método envolvido no processo de generalização. A generalização gráfica afeta os componentes geométricos dos dados espaciais, sem afetar a simbologia. A generalização conceitual afeta os atributos dos dados espaciais e acarreta mudanças na simbologia. A Figura 2.22 ilustra um exemplo da diferença entre ambas.

FIGURA 2.22 – GENERALIZAÇÃO GEOMÉTRICA E GENERALIZAÇÃO CONCEITUAL



FONTE: Adaptado de KRAAK e ORMELING (1996).

#### 2.4.2 Generalização de superfícies

A generalização das informações necessárias para a geração de um MDT é um processo que visa a reduzir a quantidade de dados do MDT original, com a preocupação da manutenção das características físicas do terreno para uma determinada escala de representação. Antes do advento da cartografia digital, a generalização da superfície era realizada por meio da generalização das curvas de nível, para as quais eram requeridos os seguintes condicionantes (RYTZ et al., 1977):

- a) manutenção da acurácia posicional das curvas de nível;
- b) correto posicionamento das curvas de nível em relação aos outros elementos do terreno;
- c) tipificação do terreno pela ênfase de linhas de crista e talvegues; e
- d) manutenção da forma geral do terreno.

Com o advento da cartografia digital, a generalização do terreno passou a basear-se no princípio do nível de detalhe (LoD: *level of detail*), que caracteriza o menor detalhe que pode ser distinguido no terreno. Os objetivos da generalização dos dados para a geração de MDT, além dos já citados para as curvas de nível, passaram a ser:

- a) possibilitar um melhor desempenho no processamento computacional;
- b) facilitar a transmissão eletrônica dos dados para a geração de MDT; e
- c) visualização do terreno em tempo real.

O conceito de escala, no contexto deste trabalho, está diretamente ligado ao conceito de espaço geográfico. Para um mapa analógico, a escala representa a razão entre a distância medida no mapa e a distância medida no espaço geográfico. Quando se passa para o meio digital, a distância medida no mapa entre dois objetos do espaço geográfico pode variar em função da aproximação ou afastamento (*zoom*) dado pelo usuário. Neste caso, um mesmo mapa pode ter várias escalas de visualização. Entretanto, o aumento da escala de visualização de um mapa digital não acarreta o aumento do número de elementos do espaço geográfico que podem ser discernidos. Portanto, a escala máxima de apresentação está limitada pela distância mínima em que dois objetos podem ser distinguidos.

A generalização de superfícies é necessária para permitir a integração entre bases de dados espaciais e a visualização e análise do terreno em diferentes escalas. A generalização de superfícies se situa no contexto da generalização da base de dados ou generalização estatística (WEIBEL, 1995).

WEIBEL (1992), numa revisão do modelo de BRASSEL e WEIBEL (1988), distingue 3 métodos de generalização do terreno: filtragem global, filtragem seletiva e generalização heurística.

A filtragem global é a técnica usada para suavizar (filtros de suavização) ou realçar (filtros de realce) as características do MDT, podendo ser usada tanto no domínio do espaço quanto no domínio da frequência (LI et al., 2005). A filtragem global é invariante quanto à posição e é mais apropriada para generalização com fator

de redução de escala menor ou igual a quatro (WEIBEL, 1992). Os filtros de suavização removem detalhes e são chamados de filtros passa-baixas, pois removem as componentes de alta frequência, que correspondem aos detalhes da superfície, ao mesmo tempo em que mantêm as componentes de baixa frequência, que definem a aparência geral da geomorfologia do terreno. Os filtros passa-baixas, também chamados de filtros de suavização, são úteis para eliminar ruídos e erros grosseiros. Os filtros de realce, também chamados de filtros passa-altas, removem as componentes de baixa frequência e mantêm as componentes de alta frequência, destacando os detalhes do terreno. Estes filtros podem ser usados para destacar as linhas estruturantes do terreno, como as linhas de cristas e a hidrografia.

A filtragem seletiva realiza a generalização pela eliminação de pontos amostrais do MDT que não contribuem significativamente para a morfologia da superfície topográfica. Esta filtragem pode ser utilizada para a generalização de terrenos mais complexos, porém ainda restrita à redução de escala por fatores menores ou iguais a quatro. Tanto a filtragem global como a seletiva se regem por princípios matemáticos e podem ser totalmente automatizadas.

A generalização heurística emprega conceitos heurísticos que tentam simular as técnicas manuais de generalização. A superfície do terreno é primeiramente representada por seus elementos estruturantes (vales, canais, linhas de crista, picos etc.), a que WEIBEL (1992) chama de modelo estruturado por linhas (SLM: *Structure Line Model*). Estes elementos são generalizados pelos critérios de seleção e eliminação, simplificação, combinação, deslocamento e ênfase das estruturas lineares individuais. O MDT é reconstituído por interpolação a partir do SLM generalizado. Ao analisar os métodos acima, WEIBEL (1992) conclui que:

- a) os filtros seletivos e os filtros de suavização e realce usados no processamento de imagens, quando aplicados na generalização de MDT, não são eficazes para a generalização com fator de redução de escala maior que quatro; e



- b) a generalização heurística, embora permita um grau maior de generalização, ainda é altamente dependente da interação humana.

Os métodos globais são geralmente inapropriados para a modelagem do terreno porque geram oscilações entre os pontos. Além disso, embora sejam eficientes para a armazenagem dos dados, requerem funções altamente complexas para representar superfícies, mesmo considerando a utilização de modernos computadores. Por outro lado, os métodos locais dividem o modelo em domínios locais e definem funções separadas para cada um destes domínios, proporcionando maior fidelidade na representação da superfície (PEDRINI, 2000).

#### 2.4.3 Trabalhos em generalização de superfícies

A popularização do uso de SIG, nas mais diversas áreas do conhecimento em que se necessita de análises e informações a respeito da superfície topográfica, tem feito crescer a demanda por soluções que envolvem a generalização de superfícies. Entre os principais trabalhos realizados neste sentido, podem-se citar os seguintes:

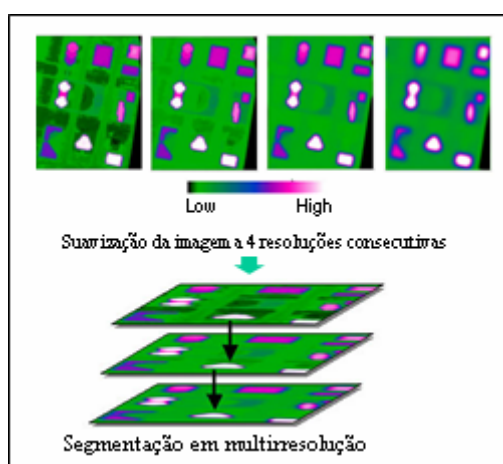
MALLAT e HWANG (1992) demonstraram que os máximos do módulo da transformada *wavelet* podem ser utilizados para a determinação de linhas de bordas e pontos de descontinuidade de funções. FONSECA (2000) utilizou essa propriedade para a realização do registro automático de imagens de sensoriamento remoto. MATOS (2004) utilizou essa mesma propriedade para o reconhecimento de padrões sísmicos da Bacia de Campos, RJ.

HAHN e SAMADZADEGAN (1999) utilizaram a transformada *wavelet* para a integração de MDTs de diferentes resoluções. Num primeiro caso, a transformada *wavelet* foi aplicada ao MDT de escala maior (melhor resolução) de modo a igualar as resoluções dos MDTs a serem integrados. Num segundo caso, foi aplicada a transformada *wavelet* a dois MDTs de diferentes resoluções de modo a se obter uma terceira resolução, na qual os MDTs foram integrados.

PEDRINI (2000) apresentou um método de multirresolução para malhas triangulares pela remoção seletiva dos vértices das malhas. O critério para a remoção dos vértices foi o ângulo máximo entre a normal à superfície no vértice, ponderada pela área dos triângulos adjacentes, e a normal à superfície destes triângulos.

THUY e TOKUNAGA (2002) utilizaram as transformadas *wavelets* para a segmentação de MDS e imagens em diversas resoluções com o objetivo de detectar edificações em áreas urbanas a partir de dados Lidar (Figura 2.23).

FIGURA 2.23 – SEGMENTAÇÃO EM MULTIRRESOLUÇÃO PARA A DETECÇÃO DE EDIFICAÇÕES EM ÁREAS URBANAS COM DADOS LIDAR



FONTE: THUY e TOKUNAGA (2002)

FIRKOWSKI (2002) apresenta um método de generalização de grades regulares para a geração de MDT baseado na Teoria Matemática de Comunicação de Shannon (TMC). Neste trabalho, foi aplicada uma função de similaridade sobre os dados de seções verticais paralelas do terreno. Quando duas seções apresentam um valor de similaridade maior que um limiar predeterminado, uma das seções pode ser retirada sem que haja perda significativa da precisão na representação da superfície topográfica. O processo se repete iterativamente e no final é obtida uma grade

retangular irregular de pontos que representam a superfície generalizada de acordo com os critérios de similaridade estabelecidos.

ABASOLO e PERALES (2003) fizeram um trabalho de multirresolução com o objetivo de diminuir os custos de transmissão de grandes volumes de dados do terreno. Nesse trabalho, as transformadas *wavelet* foram utilizadas em diversos passos do processo, como a seleção dos pontos por critérios baseados nos coeficientes *wavelet*, classificação das imagens, segmentação e compressão do MDT.

BJORN e NILSEN (2003) utilizaram a transformada *wavelet* de Haar para implementar uma representação multiescala de Modelos Digitais de Terreno. Neste trabalho, os coeficientes da transformada *wavelet* foram organizados numa estrutura de dados de modo a facilitar a recuperação do MDT na escala desejada de maneira computacionalmente eficiente, a fim de permitir as funcionalidades de ampliação e redução na visualização do terreno (*zoom-in e zoom-out*).

TELLES JR. e SANTA ROSA (2005) usaram a transformada *wavelet* para realizar a fusão de imagens multitemporais SPOT-5 e CBERS-2. O método apresentou a vantagem da separação dos estágios de reamostragem e fusão, possibilitando o uso de filtros diferentes em cada estágio, com melhoria do resultado final.

OLIVEIRA e PALOMO (2005) utilizaram a transformada *wavelet* para análise multirresolução com o TerraLib, software desenvolvido pelo Inpe (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais). O objetivo foi testar a viabilidade de implantar no TerraLib novos métodos de armazenamento e visualização de imagens de sensoriamento remoto. Foram realizados testes com uma imagem do satélite CBERS-2, e os resultados se mostraram satisfatórios, com diminuição do espaço de armazenamento, embora, segundo os autores, o tempo gasto com a recuperação da imagem ainda seja muito alto e deve ser estudado criteriosamente.

SESTER (2006) apresenta como dificuldade para a generalização de MDT o fato de a grande quantidade de dados tridimensionais (3D) gerados pelas novas técnicas de aquisição dificultar o processamento em tempo real, exceto quando são utilizados computadores de alto desempenho. A visualização em tempo real exige o

processamento de um grande volume de dados com rapidez. Entre as técnicas apresentadas para a aceleração da visualização em computação gráfica, está a utilização do método hierárquico, pelo qual uma mesma cena pode ser apresentada em diferentes aproximações ou níveis de detalhes.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 RECURSOS DE HARDWARE E SOFTWARE

A configuração de hardware a ser utilizada nesta pesquisa é constituída por um computador pessoal (PC) com processador Athlon XP 2600+, com 1 GB de memória RAM e placa de vídeo de 64 MBytes, com sistema operacional Windows XP®. No desenvolvimento do trabalho, foram utilizados os softwares Matlab®, versão 5.3 e Surfer®, versão 8.0.

#### 3.2 REGIÃO DE ESTUDO E DADOS UTILIZADOS

Os dados usados nos experimentos são relativos à região da represa do Capivari, localizada próximo à rodovia BR 116, a aproximadamente 40 km ao norte da cidade de Curitiba (Figura 3.1). Os dados de varredura laser da região da represa e do seu entorno cobrem uma área retangular de aproximadamente 3,4 km no sentido Leste-Oeste e 2,4 km no sentido Norte-Sul, enquadrada pelas coordenadas:

- extremo noroeste: (25°07'18"S e 48°53'02"W)
- extremo sudeste: (25°08'35"S e 48°50'43"W)

As altitudes da região variam aproximadamente entre 730 e 1100 metros. Localizada no limite sul da região de estudo, encontra-se a represa de Capivari, e a jusante, sua respectiva barragem (Figuras 3.2 e 3.3). Os dados do relevo, obtidos pelo laser scanner, compõem-se de aproximadamente 2,2 milhões de pontos com coordenadas planialtimétricas, o que resulta numa densidade de 0,23 pontos/m<sup>2</sup>.

FIGURA 3.1 – REGIÃO DE ESTUDO

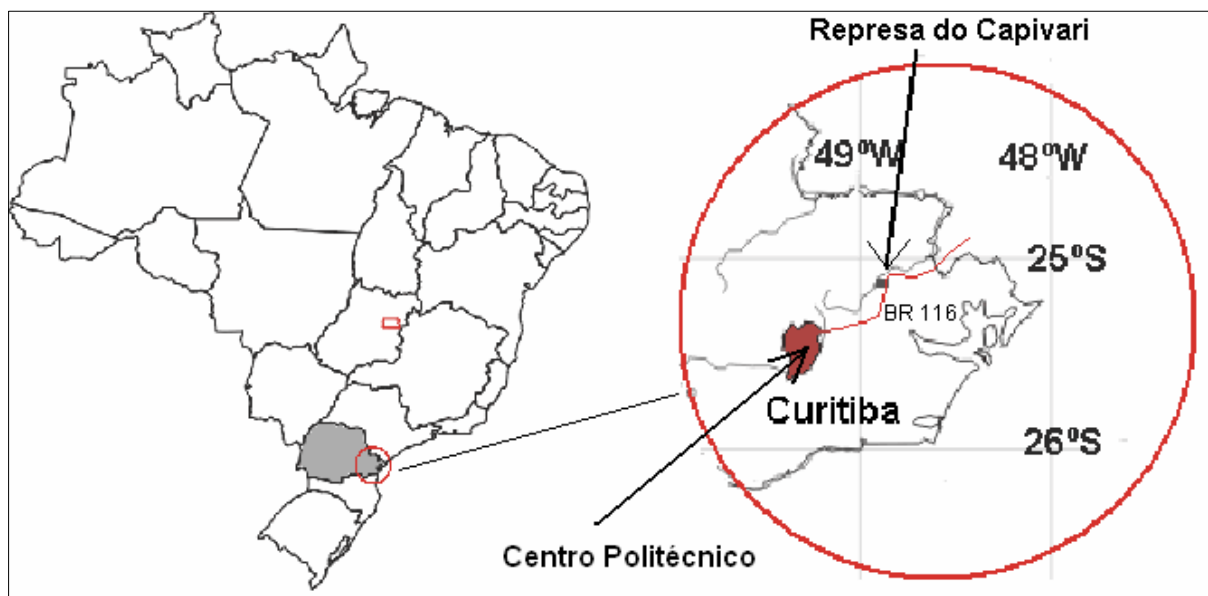
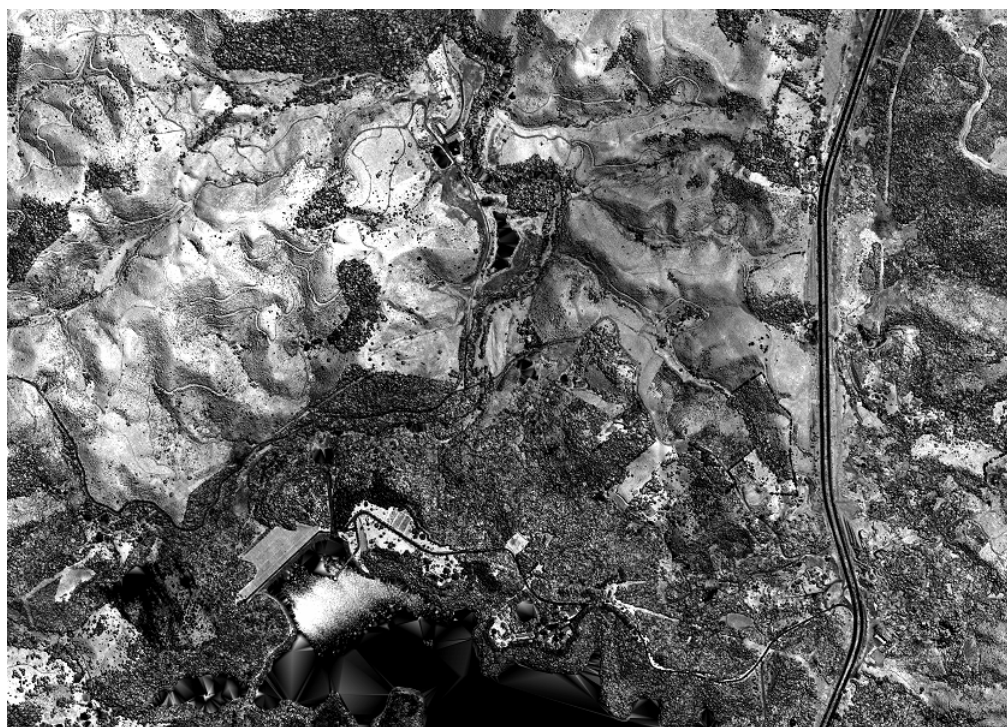
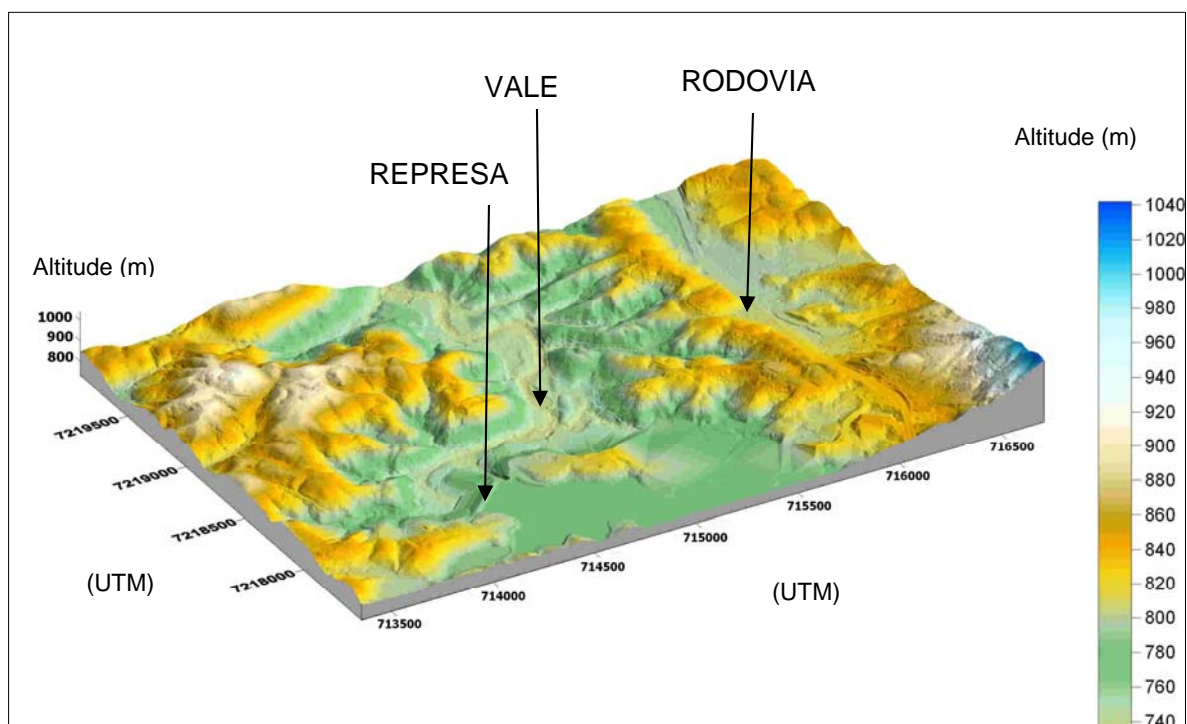


FIGURA 3.2 – IMAGEM INTENSIDADE DA ÁREA DE ESTUDO CAPIVARI



Fonte: LACTEC (2007)

FIGURA 3.3 – MDT DA ÁREA DE ESTUDO CAPIVARI: VISTA DE PERFIL



Os dados foram obtidos por meio de um levantamento realizado pelo Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento (Lactec) com o sistema Lidar OPTECH ALTM 2050/INS GPS APPLANIX. As principais características do varredor Laser ALTM 2050 encontram-se discriminadas na Tabela 2.3.

O levantamento foi realizado com uma densidade média de um ponto por metro quadrado, gerando-se cerca de 9 milhões de pontos para a área considerada. Os dados foram filtrados pelo LACTEC (LACTEC, 2007) com a utilização do software TerraScan (TERRASCAN, 2007). Com a filtragem dos dados Lidar originais pelo TerraScan, foi obtida uma grade irregular com os pontos amostrais representativos do relevo.

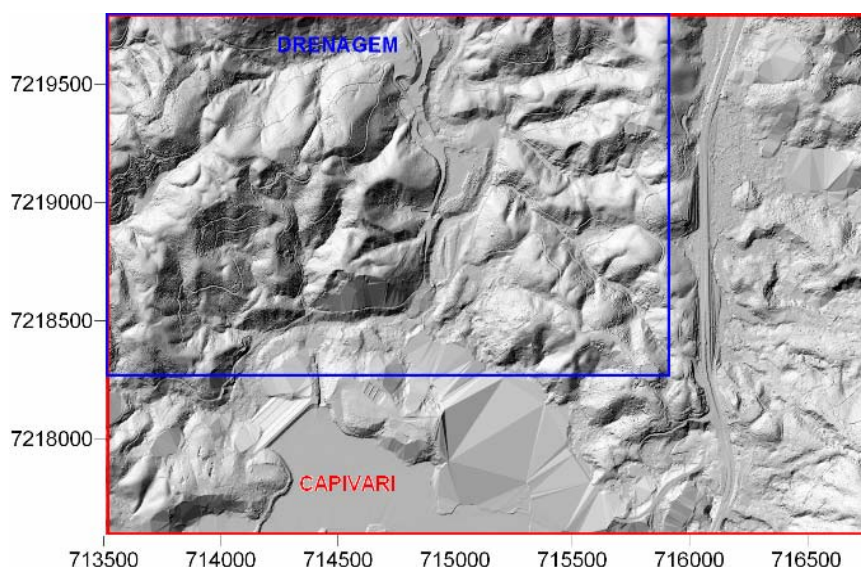
Para a realização do presente trabalho, a região da represa do Capivari foi dividida em duas áreas de estudos: grade Capivari e grade Drenagem. Primeiramente, o trabalho foi realizado utilizando-se os dados de toda a região mostrada na Figura 3.4., que foi denominada de área de estudo Capivari. A área de estudo Drenagem representa um subconjunto da área Capivari, como mostrado também na Figura 3.4.



Na região da grade Capivari, são encontradas diversas formas do relevo e intervenções antrópicas representadas por obras de engenharia como estradas e barragens. Das formas naturais do relevo, destacam-se uma região acidentada ao noroeste e outra a leste, separadas por um vale ao centro. A região acidentada ao leste é cortada por uma rodovia (BR 116), e o vale é modificado ao sul por uma represa (represa do Capivari).

A grade Drenagem corresponde a um subconjunto da grade Capivari, representado pela região em que as intervenções antrópicas são mínimas. Esta região corresponde ao vale central e à região acidentada a noroeste (Figura 3.4). A separação desta grade do restante da região foi realizada para se verificar o comportamento da generalização por transformada *wavelet* em relação à rede de drenagem. Isto foi feito pela razão de a rede natural de drenagem controlar a forma geral da topografia do terreno e se constituir em fator de grande importância na modelagem do relevo. Por este motivo, foi procurada uma região em que a drenagem natural não tivesse sido alterada para que fosse possível verificar as discrepâncias causadas pela generalização na referida drenagem, como mostrado na Seção 3.3.

FIGURA 3.4 – ÁREAS DE ESTUDO: GRADES CAPIVARI E DRENAGEM.





### 3.3 METODOLOGIA

A presente metodologia trata da pesquisa para a utilização da transformada *wavelet* na AMR de grades regulares de pontos 3D gerados pelo laser scanner, tomando como base uma grade regular densa, e consiste das seguintes etapas, não necessariamente nesta ordem:

- a) obtenção da grade regular inicial (grade de origem), com resolução de 2,5 metros;
- b) obtenção de grades regulares generalizadas para as resoluções de 5, 10, 20 e 40 metros, utilizando-se diferentes funções *wavelets*;
- c) análise de exatidão das grades generalizadas; e
- d) seleção das funções *wavelets* mais adequadas à generalização de grades regulares em diferentes tipos de terreno.

#### 3.3.1 Manipulação dos Dados Lidar

Os dados originais utilizados nesta pesquisa são formados pelo conjunto de pontos obtidos por levantamento laser. Estes dados formam um conjunto de pontos amostrais irregularmente distribuídos, com coordenadas planialtimétricas representativas do relevo. A partir destes pontos, foram geradas grades regulares, que formaram a base de dados para a pesquisa e foram denominadas “grades de origem” ou “grades originais”. A grade de origem tem uma resolução de 2,5x2,5 metros, resultando num ponto para cada 6,25 m<sup>2</sup> ou numa densidade de 0,16 pontos/ m<sup>2</sup>. Este valor foi determinado por ser o menor submúltiplo de 10 acima do inverso da densidade da malha irregular, que é de 0,23 pontos/m<sup>2</sup> ou um ponto para cada 4,3 m<sup>2</sup>, o que corresponde a uma resolução média aproximada de 2x2 metros.

A conversão para o formato de grade regular seguiu as seguintes fases:

- a) determinação das coordenadas planimétricas dos cantos superior esquerdo (NW) e inferior direito (SE) da grade regular de saída desejada;

- b) determinação da resolução (espaçamento entre os pontos) da grade regular; e
- c) atribuição da altitude de cada ponto da grade regular, calculados por interpolação dos pontos Lidar.

O método de interpolação utilizado na determinação das altitudes dos pontos foi o da superfície triangular plana. Primeiramente, foi processada uma triangulação de Delaunay para a obtenção dos triângulos. Em seguida, a coordenada altimétrica de cada ponto da grade foi calculada em função do triângulo em que o ponto estivesse contido. A superfície no interior do triângulo foi aproximada por um plano médio passante pelos vértices, de acordo com a Equação 2.1 (Seção 2.1.8). Esta aproximação simplifica a confecção de algoritmos de interpolação e causa poucas distorções, devido à proximidade entre os pontos.

### 3.3.2 Simulação

Os modelos digitais de terrenos gerados a partir dos dados Lidar podem conter pontos que não representem corretamente a superfície, devido a ruídos, imprecisão no processo de filtragem ou reflexão do pulso em objetos acima do nível do terreno. Num processamento matemático pode ocorrer a propagação destes erros, mascarando o resultado final. Para testar a viabilidade de utilização da transformada *wavelet* na generalização de modelos digitais de terreno, a situação ideal é a aplicação da transformada *wavelet* sobre um MDT isento destes erros e de discontinuidades ou variações bruscas. Por este motivo, o primeiro experimento foi realizado com um MDT simulado por computador a partir de uma função contínua e derivável em todo o domínio (Equação 3.1).

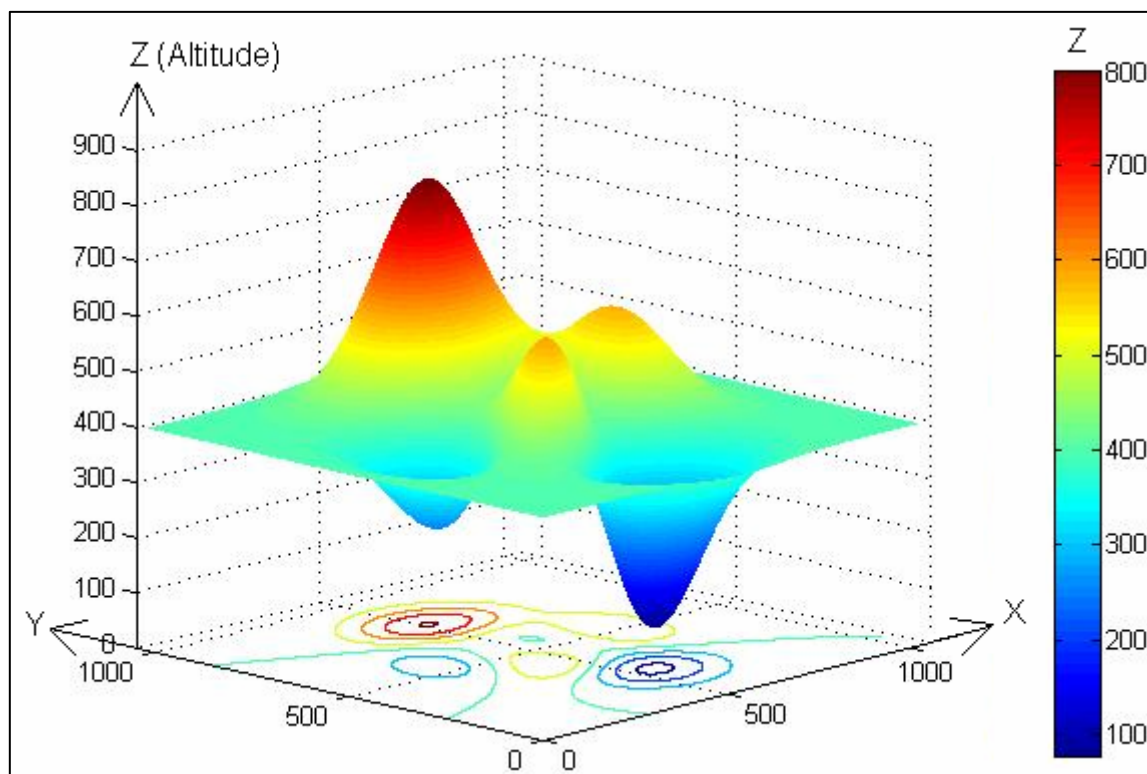
$$z = f(x, y) = 400 + 150(1 - x)^2 e^{(-x^2 - (y+1)^2)} - 500\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right)e^{(-x^2 - y^2)} - \frac{1}{3}e^{-(x+1)^2 - y^2} \quad (3.1)$$

Em que  $(x, y)$  representam as coordenadas planas e  $z$  a altitude da superfície gerada.

Esta função simula a superfície de uma região composta de montanhas, vales e depressões, com variação de altitudes de 50 a 800 metros (Figura 3.5). O experimento realizado a partir de uma superfície suave e contínua apresenta as seguintes vantagens:

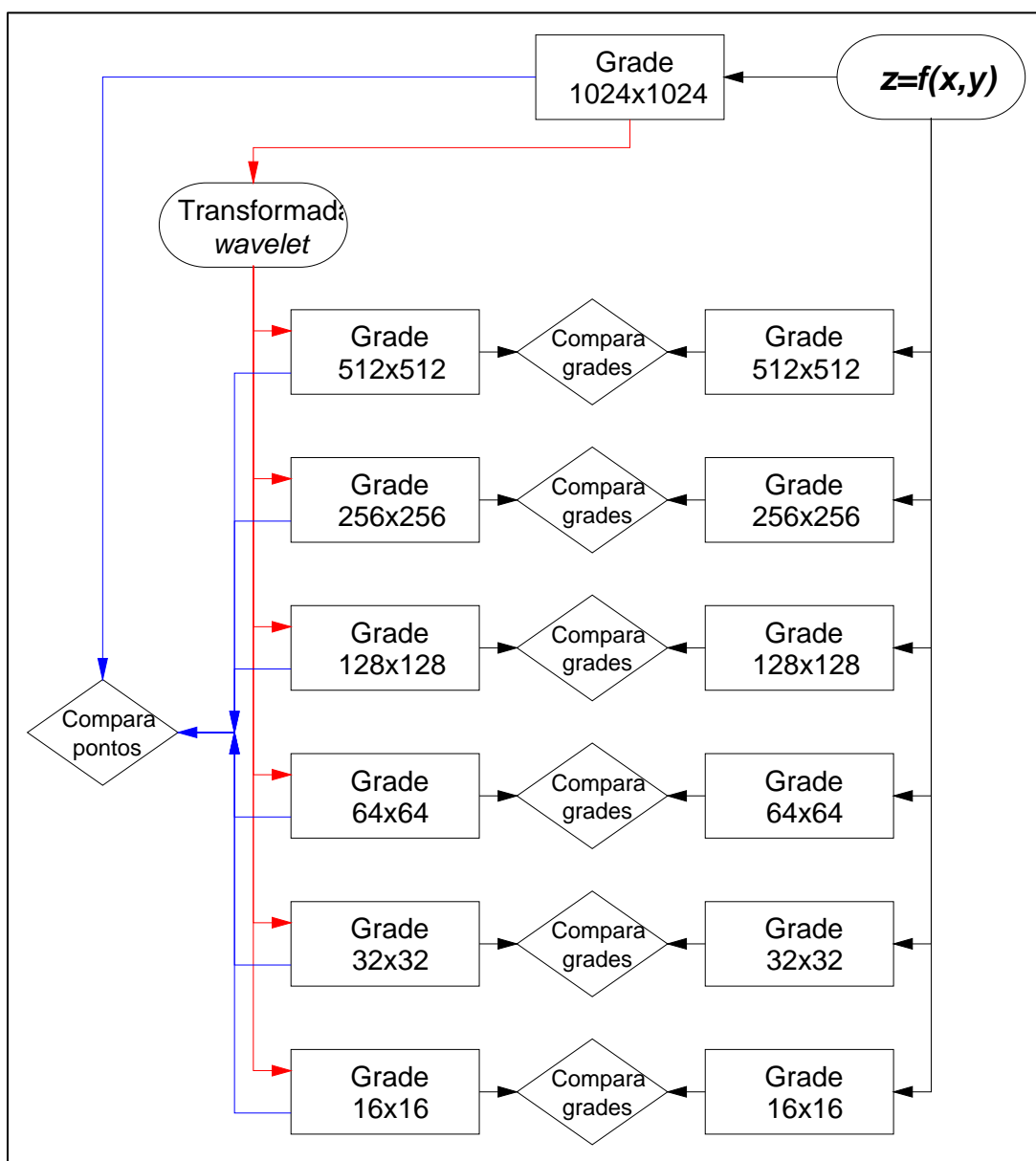
- 1) possibilidade de verificar o resultado da aplicação da transformada *wavelet* numa superfície ideal, sem descontinuidades e com uma grade sem ruídos que pudessem interferir no processamento;
- 2) possibilidade de realizar um teste preliminar com total isenção de erros, antes de realizar experimentos com superfícies reais; e
- 3) possibilidade de comparar a grade resultante da aplicação da transformada *wavelet* com uma grade de dimensão idêntica, gerada pela função da Equação 3.1.

FIGURA 3.5 – MDT SIMULADO PELA FUNÇÃO DA EQUAÇÃO 3.1



Para este experimento foi utilizada a transformada *wavelet* de Haar por ser a mais simples e de fácil implementação (SANDBERG, 2000). O experimento foi realizado em duas fases, como mostrado no fluxograma da Figura 3.6.

FIGURA 3.6 – FLUXOGRAMA



- 1) na primeira fase, a superfície gerada por computador foi generalizada por meio da transformada *wavelet* de Haar e a seguir comparada com outras superfícies geradas por computadores pela mesma função, com um número de pontos igual ao da grade generalizada; e
- 2) na segunda fase, foram selecionados pontos críticos do terreno (picos, depressões e planície), e as altitudes originais destes pontos foram comparadas com suas altitudes nas grades generalizadas pela transformada *wavelet* de Haar.

### 3.3.3 Generalização por transformada *wavelet*

Nesta fase foram utilizadas as funções *wavelets* de Haar, Daubechies e Symlet. Estas funções foram utilizadas para a generalização da grade de origem, por meio de decomposição *wavelet* de níveis 1 a 5, para a obtenção de grades com resoluções de 5, 10, 20, 40 e 80 metros. O objetivo foi analisar as funções *wavelets* mais adequadas à modelagem do relevo. A *wavelet* de Haar foi escolhida por ser a mais simples de todas e de mais fácil implementação. As *wavelets* de Daubechies de ordens 2 e 3 foram utilizadas para pesquisar a influência da dimensão do filtro na modelagem do relevo por meio da comparação com a transformada *wavelet* de Haar. A função *wavelet* do tipo *Symlet* foi escolhida em razão da simetria, por supostamente ter maior adequação ao terreno.

A partir da grade original, foi aplicada a transformada *wavelet* bidimensional em 5 níveis, gerando, para cada nível  $j$ , uma submatriz de coeficientes de aproximação  $A^j$  e 3 submatrizes de coeficientes de detalhes  $V^j$  (detalhes verticais),  $H^j$  (detalhes horizontais) e  $D^j$  (detalhes diagonais). Estas submatrizes de coeficientes de aproximação e coeficientes de detalhes são armazenadas numa matriz de mesma dimensão da grade original, denominada matriz de coeficientes (Figuras 3.7 e 3.8). Deste modo serão geradas grades com resolução de 5, 10, 20, 40 e 80 metros,



Como resultado deste processamento, foi gerada, para cada função *wavelet*, uma matriz da forma mostrada na Figura 3.8. A construção da grade na resolução solicitada foi realizada por meio da aplicação da transformada *wavelet* inversa.

FIGURA 3.8 – MATRIZ DE COEFICIENTES WAVELETS

$$\begin{bmatrix}
 A_{1,1}^2 & \cdots & A_{1,n}^2 & V_{1,1}^2 & \cdots & V_{1,n}^2 & V_{1,1}^2 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & V_{1,1}^2 \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & & & & \vdots \\
 A_{n,1}^2 & \cdots & A_{n,n}^2 & V_{n,1}^2 & \cdots & V_{n,n}^2 & \vdots & & & & & \vdots \\
 H_{1,1}^2 & \cdots & H_{1,n}^2 & D_{n,1}^2 & \cdots & D_{n,1}^2 & \vdots & & & & & \vdots \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\
 H_{n,1}^2 & \cdots & H_{n,n}^2 & D_{n,1}^2 & \cdots & D_{n,1}^2 & V_{1,1}^2 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & V_{1,1}^2 \\
 H_{1,1}^2 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & H_{1,1}^2 & D_{1,1}^1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & D_{1,2n}^1 \\
 \vdots & \ddots & & & & \vdots & \vdots & \ddots & & & & \vdots \\
 \vdots & & \ddots & & & \vdots & \vdots & & \ddots & & & \vdots \\
 \vdots & & & \ddots & & \vdots & \vdots & & & \ddots & & \vdots \\
 \vdots & & & & \ddots & \vdots & \vdots & & & & \ddots & \vdots \\
 H_{1,1}^2 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & H_{1,1}^2 & D_{2n,1}^1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & D_{2n,2n}^1
 \end{bmatrix}$$

Exemplo de matriz de armazenamento de coeficientes *Wavelet* em dois níveis.

$(i,j)$ : índices das linhas e colunas da matriz de armazenamento

$A_{i,j}^n$ : coeficientes de aproximação (LL) da transformada *wavelet* de nível  $n$

$H_{i,j}^n$ : coeficientes de detalhes horizontal (LH) da transformada *wavelet* de nível  $n$

$V_{i,j}^n$ : coeficientes de detalhes verticais (HL) da transformada *wavelet* de nível  $n$

$D_{i,j}^n$ : coeficientes de detalhes diagonais (HH) da transformada *wavelet* de nível  $n$

### 3.3.4 Generalização por Krigagem

A Krigagem assume que os dados amostrais de uma população se encontram correlacionados no espaço. É um método de interpolação que se vale dos princípios da geoestatística, que leva em consideração a localização geográfica e a dependência

espacial dos fenômenos espacializados (CAMARGO, 1997; FELGUEIRAS et al., 1999).

A generalização por Krigagem foi feita como objetivo de se comparar as generalizações por meio das transformadas *wavelets* com outro método de generalização que fosse amplamente conhecido e de resultados comprovados. Os MDTs das áreas de estudos Capivari e Drenagem foram generalizados por Krigagem nas mesmas resoluções das generalizações por transformadas *wavelets*, para que fosse possível realizar a comparação com precisão. Para a generalização por Krigagem, foi utilizado o software Surfer®, versão 8.0.

### 3.3.5 Análise de exatidão

A análise de exatidão constou de duas etapas distintas: análise de exatidão global e análise de exatidão da geomorfologia. A análise da exatidão global constou do cálculo da exatidão altimétrica que envolveu todos os pontos das grades geradas, que tiveram as altitudes comparadas com os pontos correspondentes da grade origem. A análise de exatidão da geomorfologia foi realizada de forma similar, mas por comparação, especificamente, das altitudes (altimetria) dos pontos pertencentes à rede de drenagem, previamente determinados.

#### 3.3.5.1 Análise de exatidão global

Para a análise de exatidão global, a grade original foi considerada referência (verdade do terreno, sem erros). O erro altimétrico de um ponto da grade generalizada será considerado como a diferença entre a altitude do ponto na grade generalizada e a altitude do ponto correspondente (de mesmas coordenadas planimétricas) da grade original. Para a análise global de exatidão, foram calculados:

- a) o erro médio altimétrico, que corresponde à média das diferenças de altitude entre os pontos das grades; e
- b) o respectivo desvio padrão.



Seja  $G_0(x,y)$  o valor numérico da altitude da grade original no ponto de coordenadas planimétricas  $(x,y)$  e  $G_n(x,y)$  o valor numérico da altitude na grade generalizada. O erro no ponto  $(x,y)$  foi calculado por (Equação 3.2):

$$E_h(x,y) = G_0(x,y) - G_n(x,y) \quad (3.2)$$

em que  $(x,y)$  representam as coordenadas planimétricas do terreno.

Como as grades que foram comparadas têm as mesmas dimensões, a Equação 3.2 pôde ser simplificada para (Equação 3.3):

$$E_{i,j} = G_{0,i,j} - G_{n,i,j} \quad (3.3)$$

em que  $(i,j)$  representam as coordenadas de imagem (linha e a coluna da grade, respectivamente).

O erro médio altimétrico será dado pela média aritmética dos valores obtidos na Equação 3.2 para todos os pontos da grade (Equação 3.4):

$$E_h = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (G_{0,i,j} - G_{n,i,j}) \quad (3.4)$$

e o desvio padrão altimétrico ( $DP_h$ ) será calculado por (Equação 3.5):

$$DP_h = \frac{1}{MN-1} \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (E_{i,j} - E_h)^2} \quad (3.5)$$

Para a comparação das grades (original e analisada), será necessário fazer a interpolação da grade original, mais densa, de modo que as coordenadas planimétricas

de seus pontos incidam sobre as coordenadas planimétricas da grade generalizada. Esta interpolação pode ser mais uma fonte de erros, uma vez que seria feita sobre uma grade que já foi interpolada. Para minimizar estes erros, a interpolação para a análise de exatidão será feita com base nos dados Lidar de origem, da mesma forma usada para a geração da grade de 2,5 metros.

### 3.3.5.2 Análise de exatidão de pontos da rede de drenagem

A manutenção da geomorfologia é um aspecto importante a ser considerado em qualquer trabalho que envolva a generalização de dados para a geração de MDT. A suavização causada pelos processos de filtragem pode provocar diferenças maiores nas linhas estruturantes da topografia do que em áreas mais planas. Deste modo, o cálculo do erro médio global pode mascarar erros maiores que ocorrem justamente nestas linhas, causando deformações na morfologia. Como a drenagem é delineadora da morfologia do terreno, foi realizada a análise de exatidão de pontos de verificação extraídos da rede de drenagem. A rede de drenagem foi obtida automaticamente com a utilização de EDDINS (2007).

### 3.3.5.3 Testes de hipótese

O teste de hipótese é um procedimento estatístico que permite validar ou refutar uma hipótese estatística sobre um parâmetro pelos resultados da amostra. Pelas médias amostrais e suas respectivas variâncias, torna-se possível testar a igualdade de dois conjuntos de dados a um nível de confiança estabelecido a priori.

Sejam  $X_1 = [x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n_1}]$  e  $X_2 = [x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,n_2}]$  amostras aleatórias obtidas da população Gaussiana  $\mathcal{N}_1(\mu_1, \tau_1^2)$  e  $\mathcal{N}_2(\mu_2, \tau_2^2)$ , respectivamente. Então, os estimadores dos parâmetros populacionais obtidos com base nas amostras são  $\bar{X}_1$ ,  $\bar{X}_2$ ,  $\tau_1^2$ ,  $\tau_2^2$ , em que:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}, \quad j=1,2 \quad (3.6)$$

são as médias amostrais e

$$\tau_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{j,i} - \bar{X}_j)^2, \quad j=1,2 \quad (3.7)$$

são as variâncias amostrais.

Então, a hipótese nula de que os parâmetros “médias” são iguais é  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ . Esta hipótese é testada pela estatística

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2} \quad (3.8)$$

em que  $S_1$  e  $S_2$  são os estimadores de  $\tau_1$  e  $\tau_2$

Para um número total de pontos suficientemente "grande" (maior que 100), a estatística  $t$  terá distribuição aproximadamente normal, podendo ser substituída pela estatística  $z$  (STEEL e TORRIE, 1960; CONGALTON e GREEN, 1999).

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\tau_1^2}{n_1} + \frac{\tau_2^2}{n_2}}} \sim \mathcal{N}(0,1) \quad (3.9)$$

Sejam  $C_1$  e  $C_2$  dois conjuntos amostrais independentes e seja a estatística  $z$  definida pela Equação 3.9 (SPIEGEL, 1984; BUSSAB e MORETTIN, 1991; SMITS et al., 1999):

em que  $\bar{X}_1$  e  $\bar{X}_2$  são as médias amostrais de  $C_1$  e  $C_2$ ; e

$\hat{\sigma}_1^2$  e  $\hat{\sigma}_2^2$  são as variâncias das estatísticas  $\bar{X}_1$  e  $\bar{X}_2$ .

E ainda  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  (hipótese nula: não há diferença entre as médias dos conjuntos ou a diferença não é significativa); e

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$  (hipótese alternativa: a diferença entre as médias dos conjuntos é significativa).

De posse dos parâmetros estatísticos já definidos, o teste de hipóteses bilateral pode ser realizado de acordo com os seguintes procedimentos:

- 1) Estabelecer as hipóteses nula ( $H_0$ ) e alternativa ( $H_1$ ).
- 2) Estabelecer o nível de significância ( $\alpha$ ) ou o nível de confiança ( $1-\alpha$ ) desejado. O nível de significância  $\alpha$  representa a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira. A probabilidade de se aceitar a hipótese nula quando ela é verdadeira é igual a  $(1-\alpha)$ . Geralmente são utilizados os níveis de significância de 1%, 5% ou 10% (níveis de confiança de 90%, 95% ou 99%).
- 3) Estabelecer os valores críticos ( $z_\alpha$ ) da estatística de teste empregada, caracterizando as regiões críticas de aceitação e rejeição da hipótese (RC). Para os valores de  $\alpha$  mais comumente utilizados, como 1%, 5% e 10%, são facilmente encontradas tabelas nos principais livros de estatística (MEYER, 1983; SPIEGEL, 1984).
- 4) Aceitar ou rejeitar a hipótese ao nível de significância  $\alpha$  (nível de confiança  $1-\alpha$ ).  $H_0$  será rejeitada se  $|z| > z_\alpha$ .

Um procedimento alternativo à construção de regiões críticas para o teste de hipóteses é o da indicação do *p-valor*. O *p-valor*, também denominado de nível de significância experimental ou descritivo (SPIEGEL, 1984; BUSSAB e MORETTIN, 1991), indica a probabilidade correspondente ao valor da estatística  $z$  descrita na Equação 3.6. Nos testes de hipóteses unilaterais,  $H_0$  será aceito se o *p-valor* for maior que o nível de significância considerado, e rejeitado em caso contrário. O uso do *p-valor*, ao invés da construção de regiões críticas, facilita a análise, principalmente

quando há um grande número de testes de hipóteses a serem realizados.

Nesta tese foi utilizado um nível de significância  $\alpha$  igual a 5% (nível de confiança  $(1-\alpha)$  igual a 95%), o qual corresponde a um valor de  $|z_\alpha| = 1,96$ , ou seja,  $-1,96 \leq z \leq 1,96$  (SPIEGEL, 1984).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os experimentos foram realizados em duas fases. A primeira fase foi um experimento com uma superfície simulada matematicamente. O objetivo desta fase foi testar a aplicação da transformada *wavelet* sobre uma superfície ideal para que fosse possível verificar mais detalhadamente seu comportamento na generalização de modelos digitais de superfícies. Na segunda fase, a transformada *wavelet* foi aplicada aos MDTs obtidos a partir de dados Lidar. Foi também realizada a generalização por meio de Krigagem, para servir de referência e permitir a comparação dos resultados. Na Tabela 4.1 são mostradas as grades utilizadas com suas respectivas dimensões (números de pontos) e resoluções (espaçamento planimétrico entre os pontos da grade).

Nos experimentos da segunda fase, todos os pontos Lidar irregularmente distribuídos foram utilizados na geração de grades regulares, por meio de um processo de interpolação matemática por superfície triangular plana (trilinear). O espaçamento (resolução) de cada grade foi aproximado para um valor numérico submúltiplo de 10 metros próximo ao espaçamento médio da distribuição irregular que lhe deu origem (Tabela 4.1). A grade gerada foi designada de “grade origem” e foi tomada como a “verdade de campo”, a partir da qual foram calculados os resíduos provocados pelos processos de generalização realizados.

TABELA 4.1 – DIMENSÕES E RESOLUÇÕES DAS GRADES

Área de estudo		Espaçamento da grade (resolução)	Nº. de pontos da grade
Fase I: Simulação		1,0 m	1048576 (1024x1024)
Fase II:	Capivari	2,50 m	1290240 (960x1344)
Represa do Capivari	Drenagem	2,50 m	655360 (640x1024)

A aplicação da transformada *wavelet* foi realizada para obter MDTs com menor número de pontos e, conseqüentemente, arquivos menores, velocidades maiores de processamentos, com o controle da perda de precisão e o armazenamento dos coeficientes *wavelets*, de modo a se obter o processo inverso sem perdas significativas. Cada aplicação (nível) da transformada *wavelet* reduz a quantidade de dados (dimensão da grade) para  $\frac{1}{4}$  da grade original ou do nível anterior. Na Tabela 4.2 mostra-se o grau de redução de grade para cada nível de transformada *wavelet*.

TABELA 4.2 – REDUÇÃO DE GRADE POR TRANSFORMADA WAVELET

Nível da transformada <i>wavelet</i>	1	2	3	4	5	6
Proporção em relação à grade original	1/4	1/16	1/64	1/256	1/1024	1/4096
Porcentagem em relação à grade original	25%	6,25%	1,56%	0,39%	0,098%	0,024%

Foram aplicadas as transformadas *wavelets* em 6 níveis para a superfície simulada e em 5 níveis para cada MDT obtido com dados Lidar. A comparação das grades resultantes da generalização por transformada *wavelet* com a grade original foi realizada calculando-se a diferença de altitude de pontos previamente selecionados. No caso da superfície simulada, foi possível também fazer a comparação grade/grade, ou seja, foram comparadas, ponto a ponto, as altitudes das grades generalizadas com as altitudes das grades geradas matematicamente e com o mesmo número de pontos.

## 4.1 SIMULAÇÃO

O primeiro experimento foi realizado utilizando-se uma superfície teórica ideal simulada por computador. Para este experimento, foi gerada uma grade de 1024x1024 pontos, de acordo com a Equação 3.1, simulando uma superfície com picos, depressões e planícies. A grade gerada simulou uma superfície de 1024x1024 metros com variação de altitudes entre 50 e 800 metros. Nesta superfície, foram determinados os pontos críticos utilizados para a comparação dos resultados.

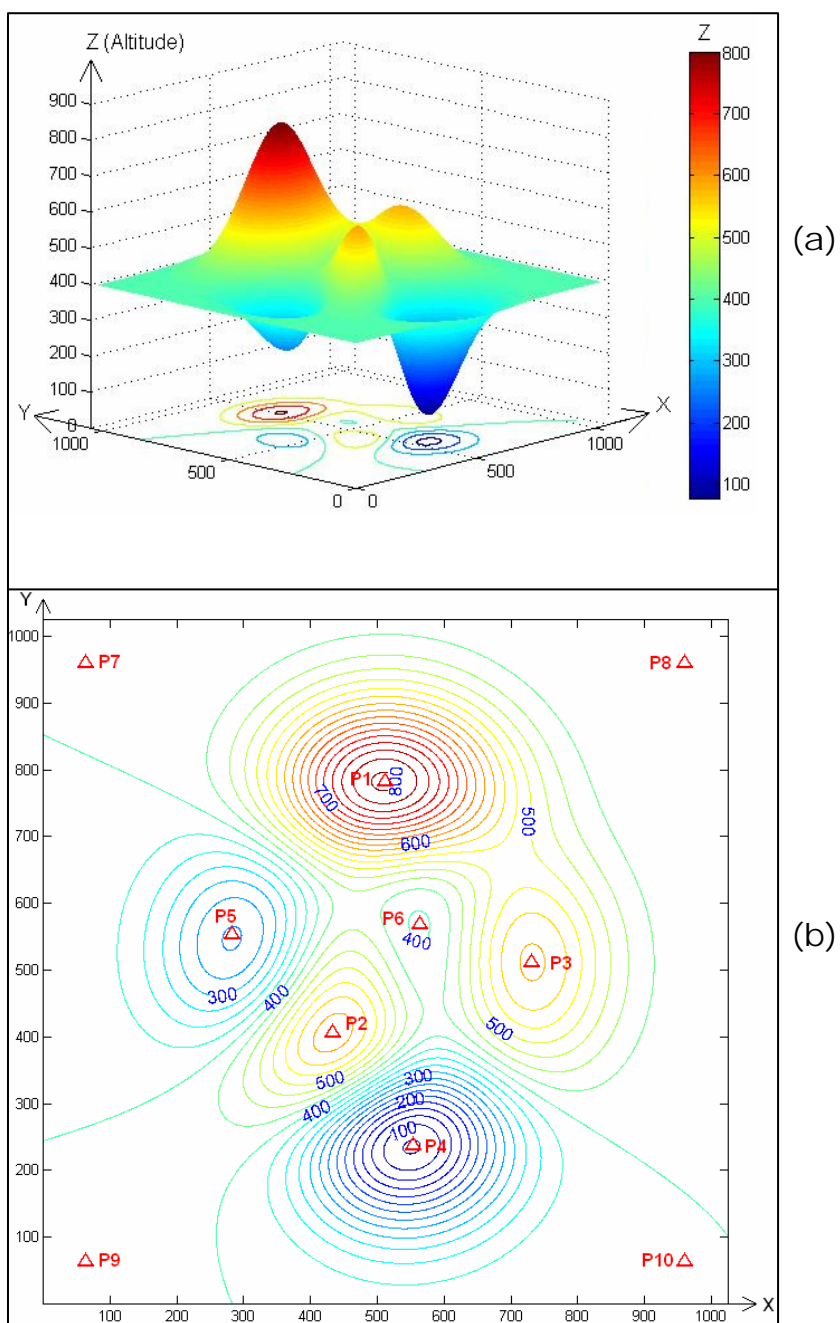
Inicialmente foram determinadas, na grade original (1024x1024), as altitudes de três pontos de máximos locais (picos: P1, P2 e P3), três pontos de mínimos locais (depressões: P4, P5 e P6) e 4 pontos da região plana (P7 a P10), conforme mostrado na Figura 4.1. Estes pontos foram comparados com seus homólogos nas grades generalizadas pela transformada *wavelet*, conforme mostrado no fluxograma da Figura 3.6.

Sobre a superfície mostrada na Figura 4.1, foi aplicada a transformada *wavelet* em 6 níveis, o que resultou na geração das seguintes grades regulares:

- grade original: 1024x1024 pontos;
- resultado da aplicação da transformada *wavelet* nível 1: grade 512x512;
- resultado da aplicação da transformada *wavelet* nível 2: grade 256x256;
- resultado da aplicação da transformada *wavelet* nível 3: grade 128x128;
- resultado da aplicação da transformada *wavelet* nível 4: grade 64x64;
- resultado da aplicação da transformada *wavelet* nível 5: grade 32x32; e
- resultado da aplicação da transformada *wavelet* nível 6: grade 16x16.



FIGURA 4.1 – PONTOS CRÍTICOS DA SUPERFÍCIE GERADA PELA FUNÇÃO DESCRITA NA EQUAÇÃO 3.1



Vista oblíqua (a) e curvas de níveis (b) com localização dos pontos críticos

Equidistância das curvas de nível: 25 m

P1 a P3: máximos locais (picos)

P4 a P6: mínimos locais (depressões)

P7 a P10: pontos de planície (altitude de 400 m)

$z=f(x,y)$  dada pela Equação 3.1

#### 4.1.1 Avaliação visual

A avaliação visual teve por objetivo realizar uma análise preliminar do experimento quanto à visualização em diferentes resoluções (*zoom*). As grades generalizadas pela transformada *wavelet* são mostradas na Figura 4.2. Nesta Figura observa-se que até na transformada *wavelet* de Haar nível 4 (d), os contornos permanecem praticamente inalterados, apesar de o número de pontos da grade ter sido reduzido de mais de um milhão para apenas 4096 pontos, representando 0,39% da quantidade de pontos da grade original. Entretanto, a partir da grade resultante da transformada *wavelet* nível 5, há uma degradação sensível na visualização, com achatamentos nos pontos extremos (máximos e mínimos) e descontinuidade das curvaturas. Esta degradação decorre em parte devido aos erros acumulados inerentes ao processo e em parte devido ao fato de o número de pontos ser insuficiente para a representação da superfície (subamostragem). Isto pode ser verificado na comparação da Figura 4.2 (grades resultantes da aplicação da transformada *wavelet*) com a Figura 4.3 (grades geradas pela função da Equação 3.1 com o mesmo número de pontos).

#### 4.1.2 Avaliação analítica

As grades resultantes da transformada *wavelet* foram comparadas em duas situações:

- 1) comparação entre as altitudes dos pontos críticos na grade original (1024x1024) e as grades generalizadas pela transformada *wavelet*; e
- 2) comparação entre as grades generalizadas pela transformada *wavelet* de Haar com as grades geradas pela função da Equação 3.1, com o mesmo número de pontos.

Na Tabela 4.3 são mostradas as altitudes dos pontos críticos na grade original (1024x1024) e nas grades generalizadas pela transformada *wavelet*. Da análise dos dados desta tabela, pode-se observar que:



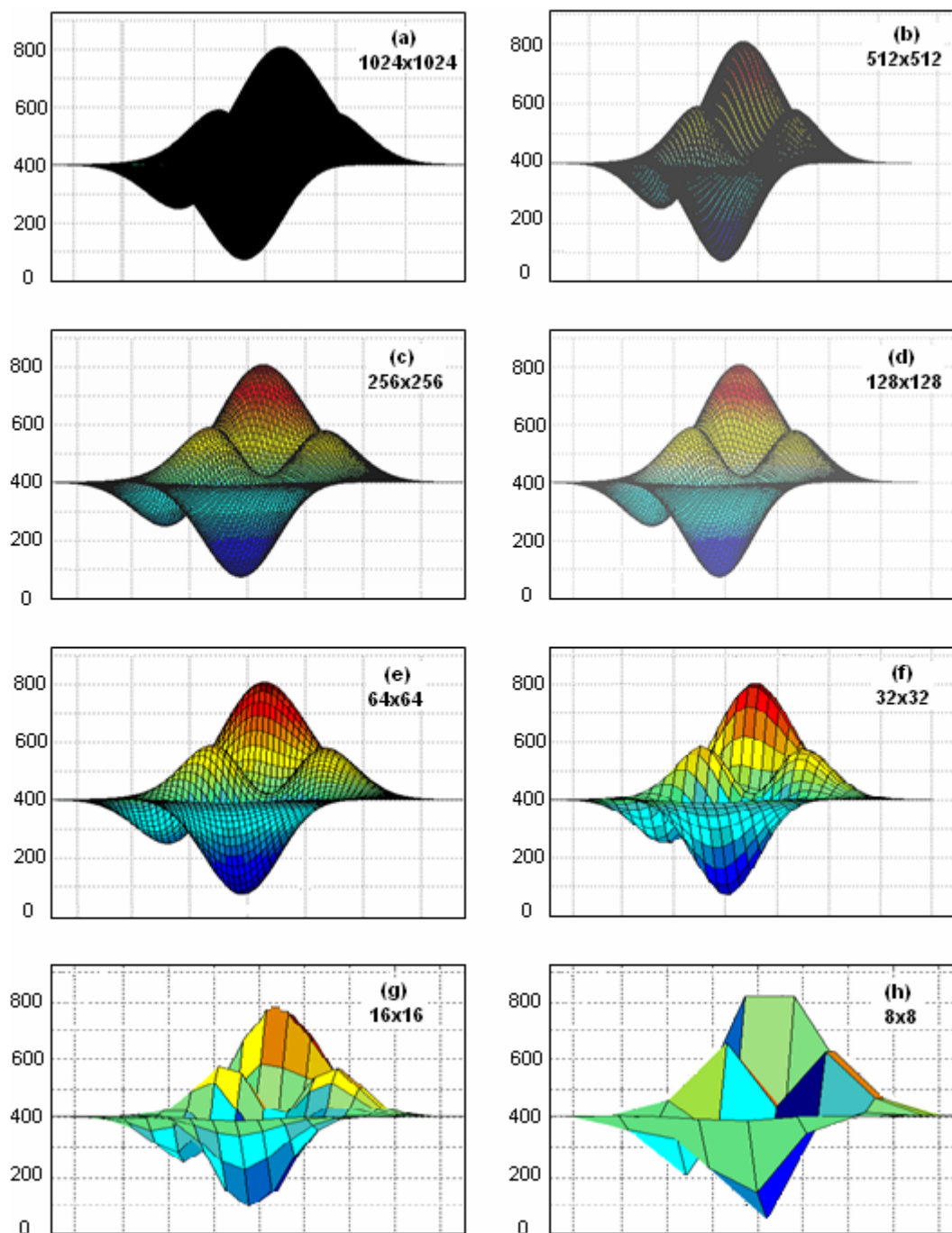
1) O valor médio da altitude da grade original (408,10 metros) foi mantido com precisão centimétrica. A manutenção do valor médio é um fator que deve ser observado em todo processamento de modelos digitais de terrenos e superfícies.

2) Nos pontos P7 a P10 (planície), a generalização por transformada *wavelet* não causou diferença significativa. A diferença entre as altitudes originais e as altitudes das grades generalizadas foi praticamente nula nas aplicações da transformada *wavelet* de níveis 1 a 4 e da ordem de 0,1% da altitude original nos níveis 5 e 6.

3) Nos pontos de máximos locais (P1 a P3), a transformada *wavelet* causou um erro sistemático de “*achatamento*”, com a diminuição dos valores de altitude. Esta diferença foi pouco significativa nos primeiros níveis de generalização, atingindo a média de 0,2% na transformada *wavelet* de nível 4. Nos demais níveis, o valor aumentou para chegar a 3,3% de diferença em relação ao valor original. Há que se observar, entretanto, que parte desta diferença deve ser atribuída à subamostragem que ocorre nas grades de níveis 5 e 6. Esta subamostragem pode ser comprovada pelos dados contidos na Tabela 4.4, na qual são mostradas as altitudes dos pontos P1 a P10 referentes às grades geradas pela função da Equação 3.1, observando-se uma diferença significativa em relação à grade original, das altitudes dos pontos correspondentes nas grades 32x32 e 16x16.

4) Nos pontos de mínimos locais (P4 a P6), ocorre o mesmo fenômeno de “*achatamento*” verificado com os pontos P1 a P3. Também, da mesma forma que nos pontos P1 a P3, a diferença de altitude em relação aos pontos homólogos na grade original é menor nas grades resultantes das transformadas *wavelets* de níveis 1 a 4 (com diferença média de 0,6% no nível 4) e aumenta nos níveis 5 e 6, chegando à diferença média de 3% no nível 6.

FIGURA 4.3 – MDT SIMULADO: GRADE 1024x1024 E GRADES MENORES



Subamostragem: a partir da grade 32x32 (f), ocorrem distorções sensíveis devido ao fato de o número de pontos da grade ser insuficiente para a representação visual da superfície.

TABELA 4.4 – ALTITUDES DOS PONTOS CRÍTICOS DAS GRADES DO MDT  
SIMULADO

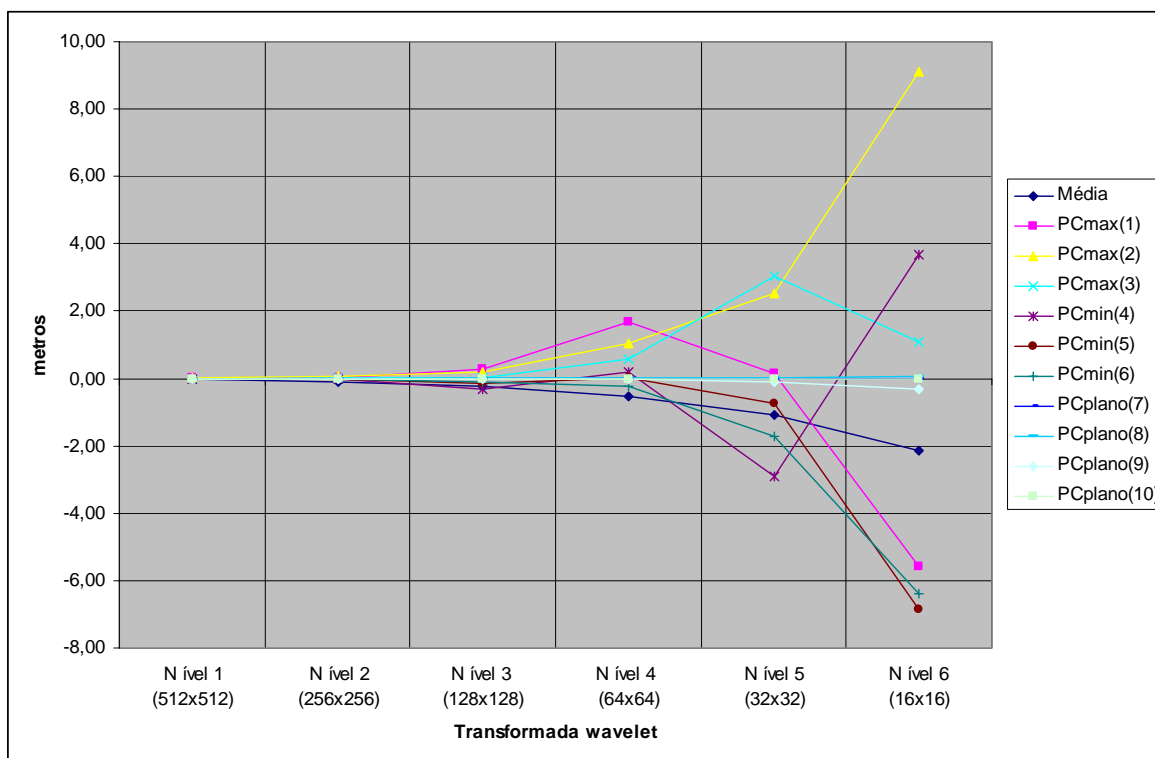
Grade	1024x1024	512x512	256x256	128x128	64x64	32x32	16x16
Média	418,10	418,07	418,00	417,86	417,58	417,04	415,97
P1 (máximo)	805,31	805,30	805,27	805,23	804,64	798,85	765,51
P2 (máximo)	588,83	588,82	588,81	588,68	588,35	587,64	576,10
P3 (máximo)	579,62	579,62	579,61	579,49	579,30	577,81	568,44
P4 (mínimo)	72,45	72,44	72,51	72,56	73,76	74,76	92,37
P5 (mínimo)	247,51	247,51	247,52	247,52	248,29	251,36	248,48
P6 (mínimo)	396,75	396,76	396,76	396,82	397,35	396,92	403,44
P7 (plano)	400,07	400,06	400,06	400,05	400,04	400,02	400,00
P8 (plano)	399,97	399,97	399,97	399,98	399,98	399,98	399,99
P9 (plano)	400,07	400,07	400,07	400,08	400,08	400,08	400,09
P10 (plano)	400,05	400,05	400,05	400,04	400,03	400,02	400,01

Na Tabela 4.5 e no gráfico da Figura 4.4 são mostradas as diferenças de altitude entre os pontos das grades geradas pela função da Equação 3.1 e seus homólogos das grades geradas pela transformada *wavelet*. Nesta Tabela observa-se que as diferenças em geral não são significativas nas grades correspondentes às transformadas *wavelets* de níveis 1 a 4, elevando-se consideravelmente nas generalizações de níveis 5 e 6.

TABELA 4.5 – PONTOS CRÍTICOS: DIFERENÇAS DE ALTITUDES ENTRE OS  
PONTOS RESULTANTES DA TRANSFORMADA WAVELET E OS  
RESPECTIVOS PONTOS HOMÓLOGOS

Nível da TW	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6
Grade	512x512	256x256	128x128	64x64	32x32	16x16
Média	-0,03	-0,10	-0,24	-0,52	-1,06	-2,13
P1 (máximo)	0,02	0,02	0,29	1,66	0,15	-5,58
P2 (máximo)	0,01	0,06	0,20	1,05	2,51	9,10
P3 (máximo)	0,00	0,04	0,04	0,56	3,05	1,08
P4 (mínimo)	-0,01	-0,01	-0,30	0,21	-2,91	3,66
P5 (mínimo)	-0,01	-0,02	-0,14	0,04	-0,76	-6,85
P6 (mínimo)	0,00	-0,02	-0,09	-0,25	-1,73	-6,38
P7 (plano)	0,00	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,02
P8 (plano)	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,05
P9 (plano)	-0,01	-0,01	-0,01	-0,03	-0,09	-0,31
P10 (plano)	0,00	0,00	-0,01	-0,02	-0,02	-0,02

FIGURA 4.4 – PONTOS CRÍTICOS: GRÁFICO DAS DIFERENÇAS DE ALTITUDES ENTRE OS PONTOS RESULTANTES DA TRANSFORMADA WAVELET E OS CORRESPONDENTES PONTOS HOMÓLOGOS DO MDT SIMULADO



Na Figura 4.5, as diferenças de altitudes referidas na Tabela 4.5 são mostradas sob a forma de isolinhas. Esta representação permite que seja verificada a localização espacial das diferenças de altitudes. Observa-se, pela análise visual desta Figura, que o erro causado pela transformada *wavelet* é maior nas regiões mais acidentadas. Observa-se, também, como era esperado, que o erro aumenta com o nível de generalização da grade. Observa-se, também, nas generalizações de níveis 1 a 4, que os erros são maiores nas regiões mais acidentadas e menores nas regiões planas. Para as generalizações de níveis 5 e 6, esta tendência é mascarada pelas distorções causadas nas curvas de nível devido à subamostragem.

Outra análise realizada foi a comparação das grades geradas pela Equação 3.1 com as grades geradas pela transformada *wavelet*. Foi efetuada a subtração das grades, ponto a ponto, gerando-se, para cada nível da transformada *wavelet*, uma

“grade diferença”. Na Tabela 4.6, são mostrados a média dos valores absolutos de cada “grade diferença”, seu respectivo desvio padrão, a diferença máxima para cada grade e os percentis, que indicam a percentagem de pontos cuja diferença de altitude entre as grades é menor que a do valor indicado. Observa-se que a diferença aumenta à medida que cresce o nível de generalização pela transformada *wavelet*. Este aumento, entretanto, mantém-se aproximadamente proporcional à resolução da grade, como pode ser observado no gráfico da Figura 4.6. Na grade 512x512, a resolução é de dois metros e a diferença média é de 0,17 metros, resultando numa razão diferença/resolução igual a 0,09. Esta razão aumenta para 0,13 na grade 256x256 (resolução de 4 metros) e atinge o valor máximo de 0,16 nas grades 32x32 e 16x16 (resoluções de 32 e 64 metros, respectivamente).

TABELA 4.6 – COMPARAÇÃO DO MDT SIMULADO E DAS GENERALIZAÇÕES PELA TRANSFORMADA *WAVELET* DE HAAR

Nível	1	2	3	4	5	6
Grade	512x512	256x256	128x128	64x64	32x32	16x16
Resolução	2,00	4,00	8,00	16,00	32,00	64,00
Média das diferenças	0,17	0,51	1,18	2,52	5,2	10,45
Razão resolução/ diferença	11,7	7,8	6,7	6,3	6,1	6,1
Desvio padrão	0,19	0,57	1,33	2,86	5,93	12,13

No gráfico da Figura 4.6 é mostrada a média das diferenças, em valor absoluto, entre as grades generalizadas e as grades homólogas geradas pela função da Equação 3.1. Observa-se que o aumento da diferença é relativamente menor que o aumento da resolução, gerando uma razão resolução/diferença decrescente, indicando uma suavização da superfície.



FIGURA 4.5 – REPRESENTAÇÃO DAS DIFERENÇAS ABSOLUTAS DE ALTITUDES ENTRE OS PONTOS RESULTANTES DA TRANSFORMADA WAVELET E OS PONTOS HOMÓLOGOS DO MDT SIMULADO

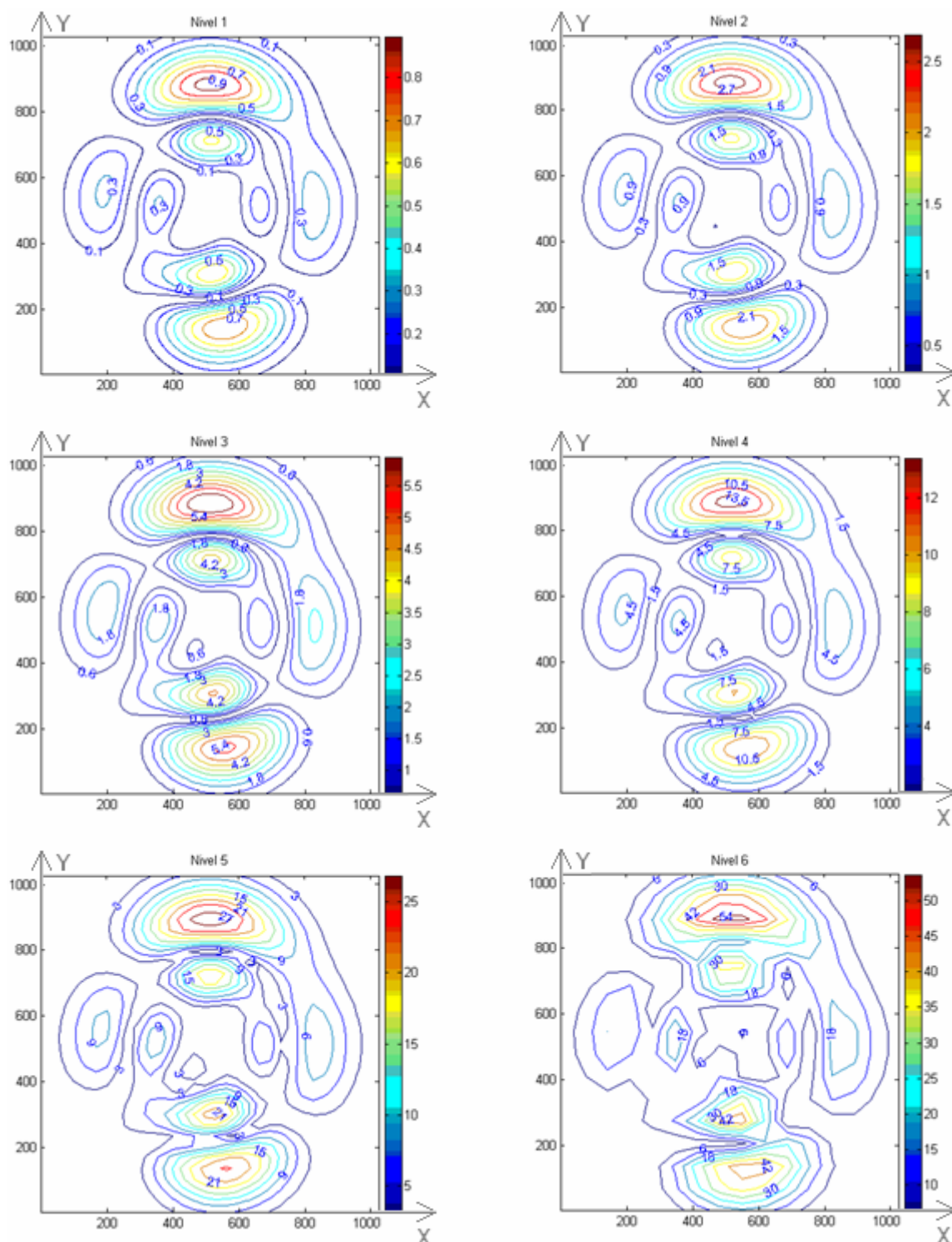
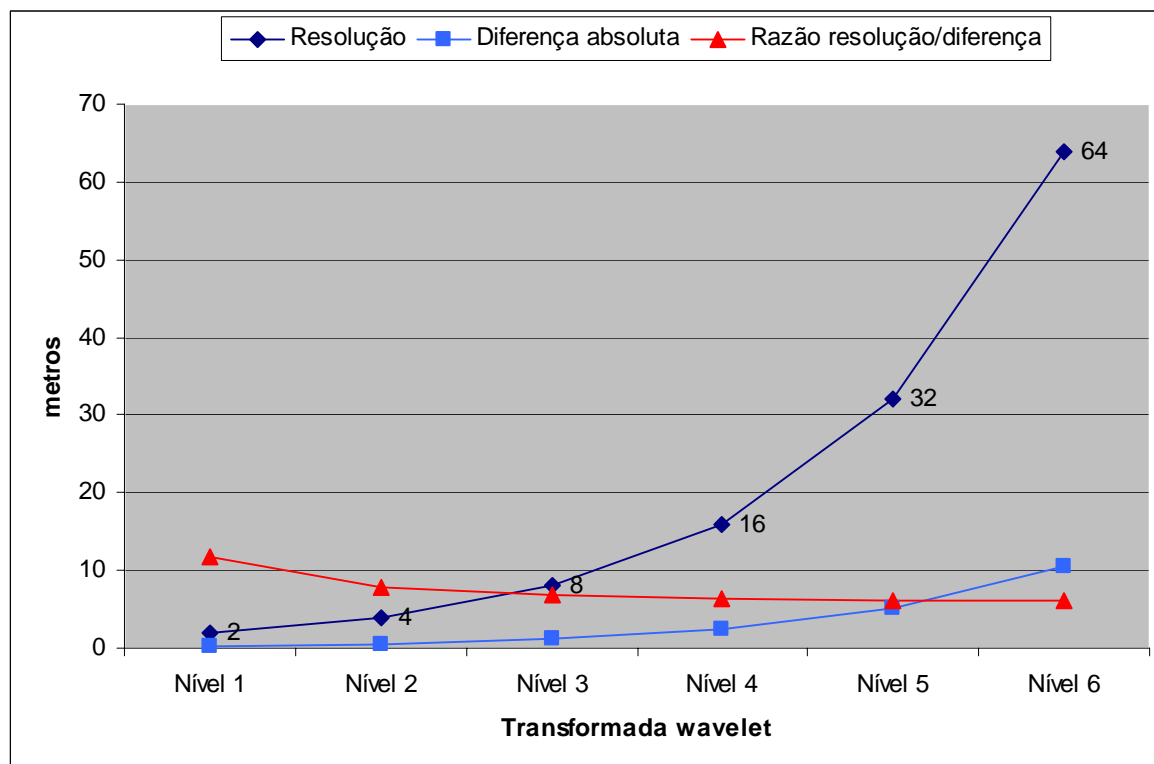


FIGURA 4.6 – DIFERENÇAS DE ALTITUDES

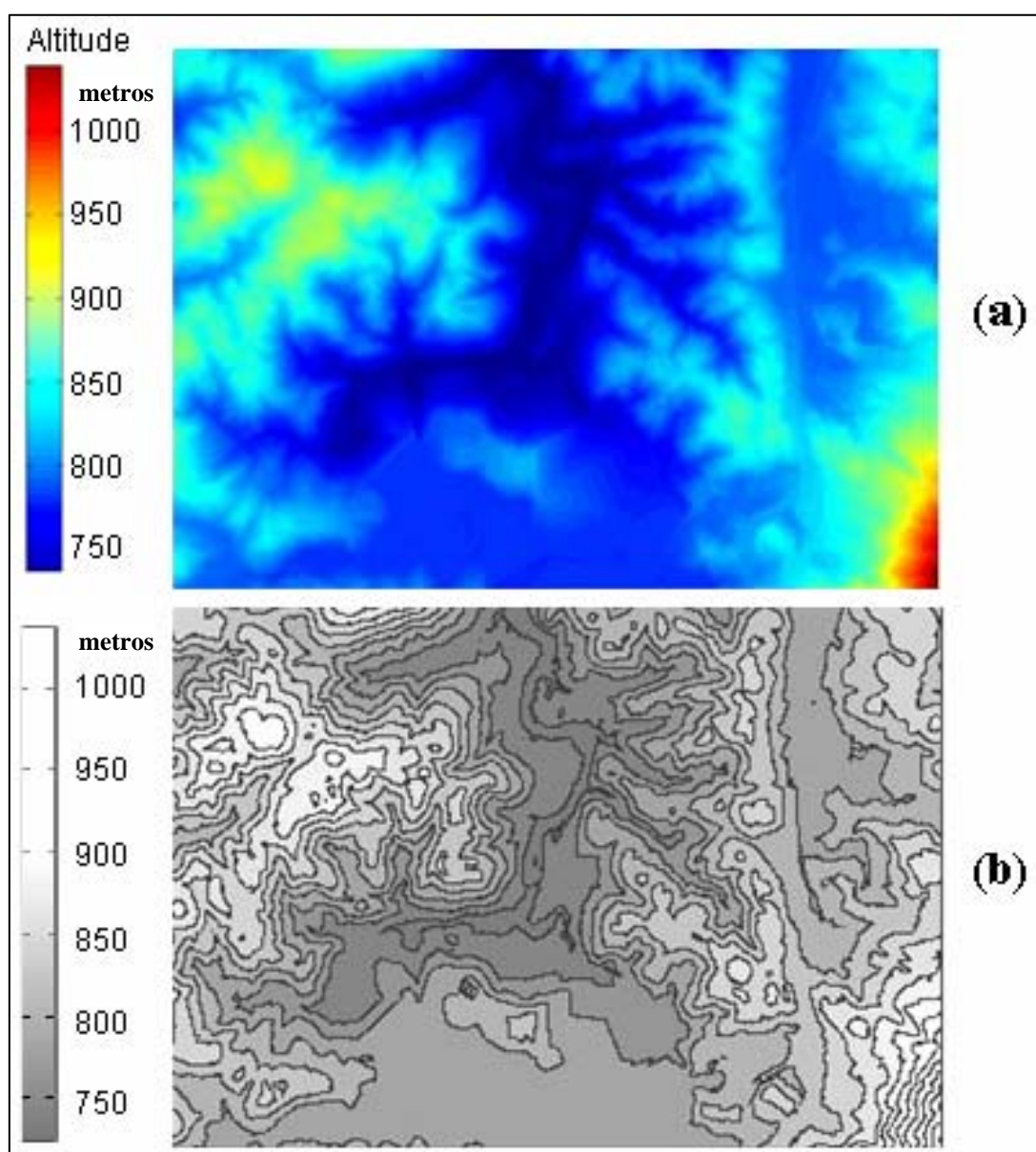


## 4.2 ÁREA DE ESTUDO CAPIVARI

A grade Capivari foi generalizada com a aplicação da Krigagem e das transformadas *wavelets* de Haar, Daubechies de 2ª ordem, Daubechies de 3ª ordem e Symlet. Os resultados foram analisados comparando-se primeiramente a grade generalizada com a grade original. Esta comparação teve por objetivo verificar a viabilidade de utilização da respectiva transformada *wavelet* para a generalização de MDTs representados sob a forma de grade regular. Posteriormente, fez-se a comparação entre as generalizações obtidas para verificar quais apresentaram melhores resultados. Para cada um dos casos, foram aplicados 5 níveis de generalização (transformada *wavelet* de nível 1 a 5), gerando grades com resoluções de 5, 10, 20, 40 e 80 metros, respectivamente.

Para a representação visual dos resultados obtidos, foram escolhidas as representações por curvas de nível e por cores hipsométricas. A representação por curvas de nível se mostrou vantajosa por tornar mais fácil a comparação visual entre representações com diferentes níveis de generalização. Esta vantagem pode ser vista na Figura 4.7, na qual se encontra representado o MDT da grade Capivari por meio de cores hipsométricas **(a)** e por meio de curvas de nível **(b)**.

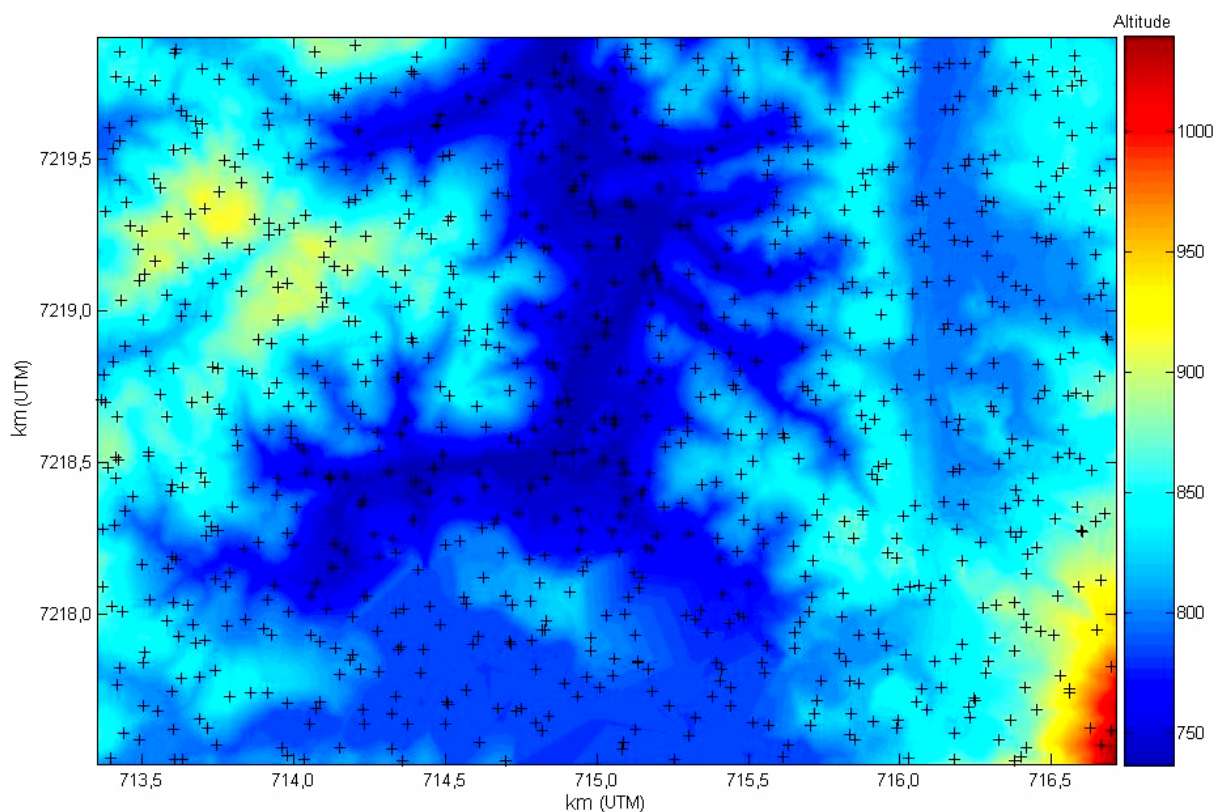
FIGURA 4.7 – REPRESENTAÇÃO DO MDT POR CORES HIPSOMÉTRICAS **(a)** E POR CURVAS DE NÍVEL **(b)**



#### 4.2.1 Pontos de verificação

A verificação da acurácia das generalizações do MDT representado pela grade Capivari foi realizada com a utilização de um conjunto de pontos pertencentes à grade e aleatoriamente distribuídos, denominados “pontos de verificação”. Os pontos foram obtidos de forma aleatória, mas com a condição de existência de pelo menos 1 ponto para cada janela de 64x64 pontos no interior da grade principal. Esta restrição foi imposta para que o conjunto de pontos de verificação fosse distribuído de forma homogênea por toda a área de estudo e a quantidade de pontos fosse estatisticamente significativa. Foram selecionados desta forma 945 pontos, cuja distribuição é mostrada na Figura 4.8. Na análise dos resultados de cada generalização, foram comparadas as altitudes dos pontos homólogos (mesmas coordenadas UTM) da grade original e das grades correspondentes ao MDT generalizado.

FIGURA 4.8 – PONTOS DE VERIFICAÇÃO DA GRADE CAPIVARI



#### 4.2.2 Generalização por Transformada *wavelet* de Haar

A transformada *wavelet* de Haar foi aplicada sobre a grade Capivari em 5 níveis. Os resultados numéricos, calculados com base no conjunto de 945 pontos de verificação, são mostrados na Tabela 4.7 e no gráfico da Figura 4.9. As representações visuais dos resultados podem ser vistos na Figura 4.10 (cores hipsométricas) e Figura 4.11 (curvas de nível).

Na Tabela 4.7 observa-se que a média das diferenças (desvios) absolutas das grades generalizadas em relação à grade original variou de 0,77 metros na transformada *wavelet* nível 1 (grade com resolução de 5 metros) a 4,10 metros na transformada *wavelet* nível 5 (grade com resolução de 80 metros). Deste modo, a razão entre a resolução da grade e a média das diferenças decresce com o aumento do nível de generalização, como pode ser visto no gráfico da Figura 4.9, indicando uma possível tendência de suavização da superfície à medida que a generalização aumenta. Ainda no gráfico da Figura 4.9 e na Tabela 4.7, pode ser observado que:

- 1) 99% dos pontos (“percentil 99%”) apresentam uma diferença em relação à grade original que varia de 2,49 metros (aproximadamente metade do valor numérico da resolução planimétrica da grade) na generalização de nível 1, até 12,88 metros (aproximadamente um sexto do valor numérico da resolução planimétrica da grade) na generalização de nível 5.
- 2) os desvios máximos em cada generalização variam de 2,86 metros (aproximadamente metade do valor numérico da resolução planimétrica da grade) na generalização de nível 1, até 16,81 metros (aproximadamente um quinto do valor numérico da resolução planimétrica da grade) na generalização de nível 5. Estes valores de desvios máximos foram obtidos para verificar a ocorrência de diferenças anormais causadas pelo processo de generalização. Os valores obtidos, próximos dos valores dos percentis de 95% e 99%, permitem presumir a normalidade da distribuição destas diferenças.

No aspecto da visualização do MDT, à medida que aumenta o nível de generalização, a quantidade de pontos para a representação visual da grade passa a ser insuficiente para a mesma escala de visualização, com a ocorrência de bordas na visualização por cores hipsométricas (Figura 4.10, letras **e** e **f**) e ocorrência de variações abruptas de direção das curvas de nível (Figura 4.11, letra **f**).

TABELA 4.7 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR

Nível da transformada <i>wavelet</i>	1	2	3	4	5
Grade (nº pontos)	322560	80640	20160	5040	1260
Razão grade generalizada/original	1/4	1/16	1/64	1/256	1/1024
Resolução (metros)	5,00	10,00	20,00	40,00	80,00
Média das diferenças absolutas (metros)	0,77	0,80	1,06	1,93	4,10
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,66	0,68	0,93	1,68	3,43
Diferença máxima (metros)	2,86	3,13	5,66	9,22	16,81
Percentil 95 (metros)	1,89	1,95	2,61	4,60	9,58
Percentil 99 (metros)	2,49	2,57	3,79	7,02	12,88

FIGURA 4.9 – TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR

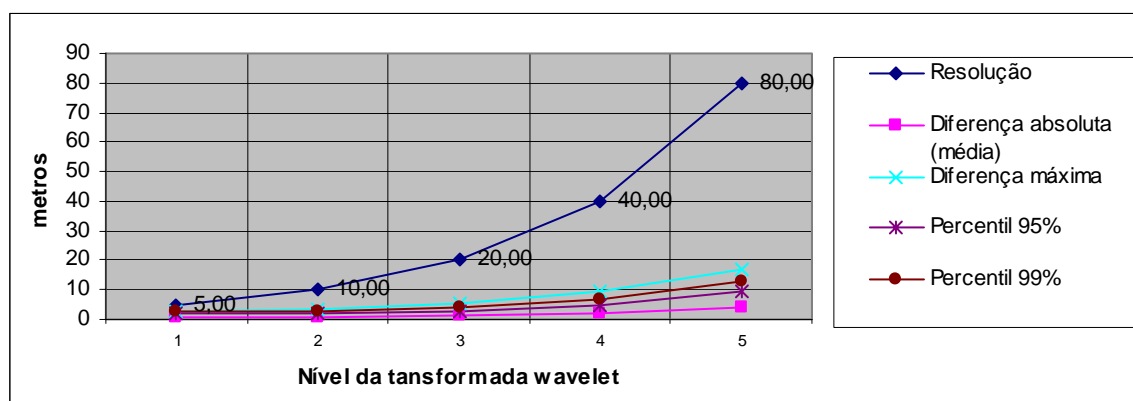
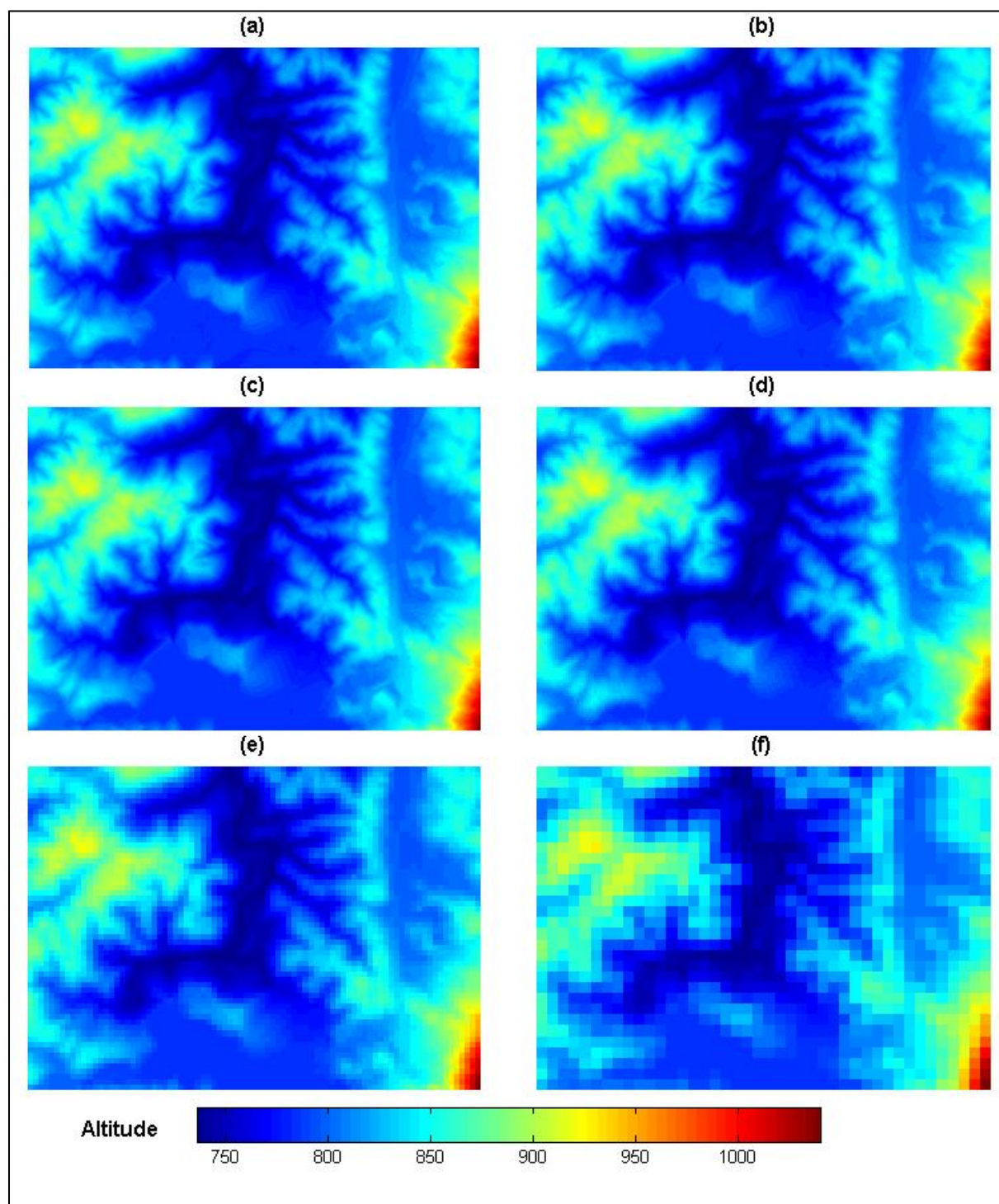




FIGURA 4.10 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR



(a) Grade original

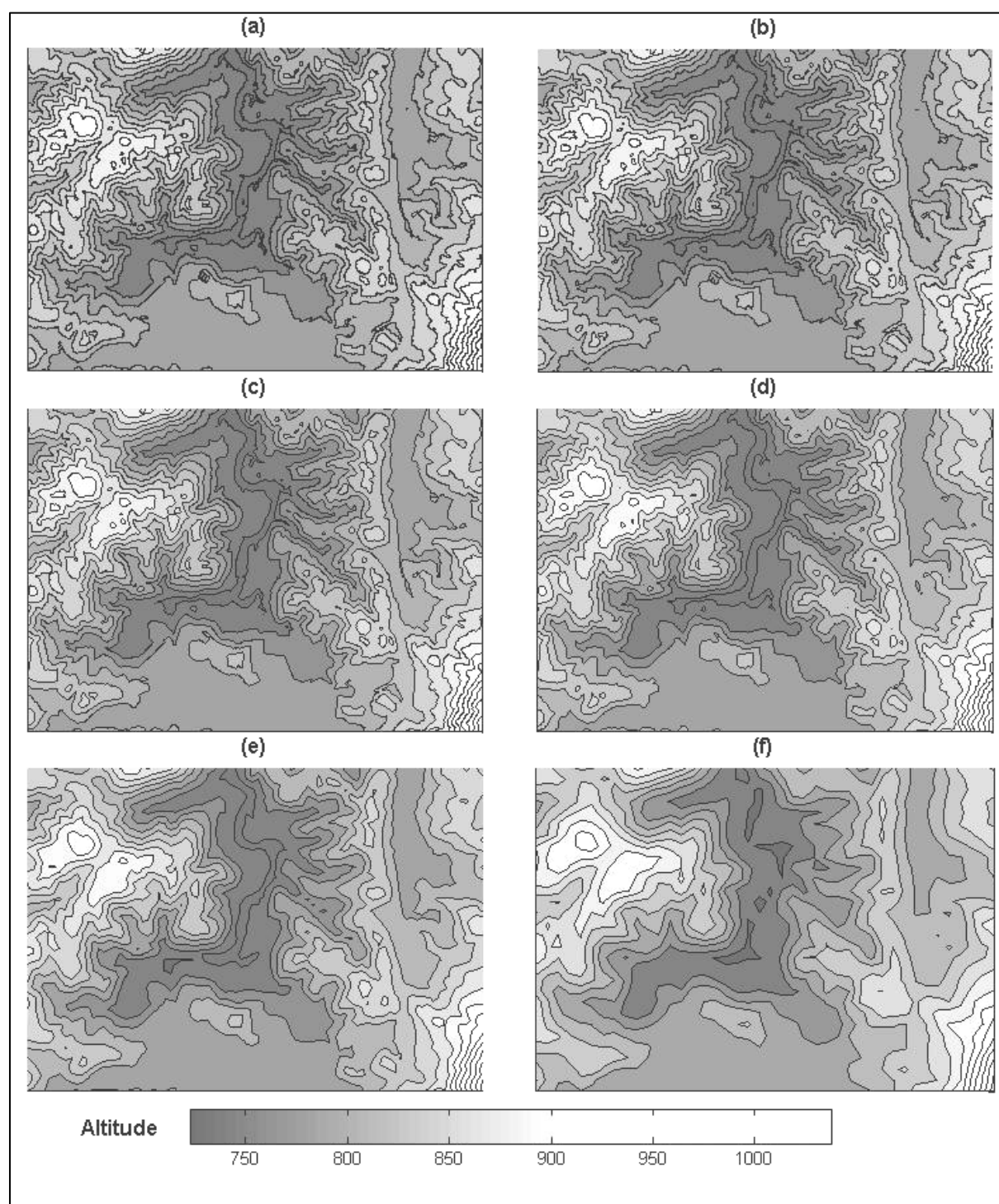
(c) Transformada *wavelet* nível 2

(e) Transformada *wavelet* nível 4

(b) Transformada *wavelet* nível 1

(d) Transformada *wavelet* nível 3

(f) Transformada *wavelet* nível 5

FIGURA 4.11 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA *WAVELET* DE HAAR

(a) Grade original  
 (c) Transformada *wavelet* nível 2  
 (e) Transformada *wavelet* nível 4

(b) Transformada *wavelet* nível 1  
 (d) Transformada *wavelet* nível 3  
 (f) Transformada *wavelet* nível 5



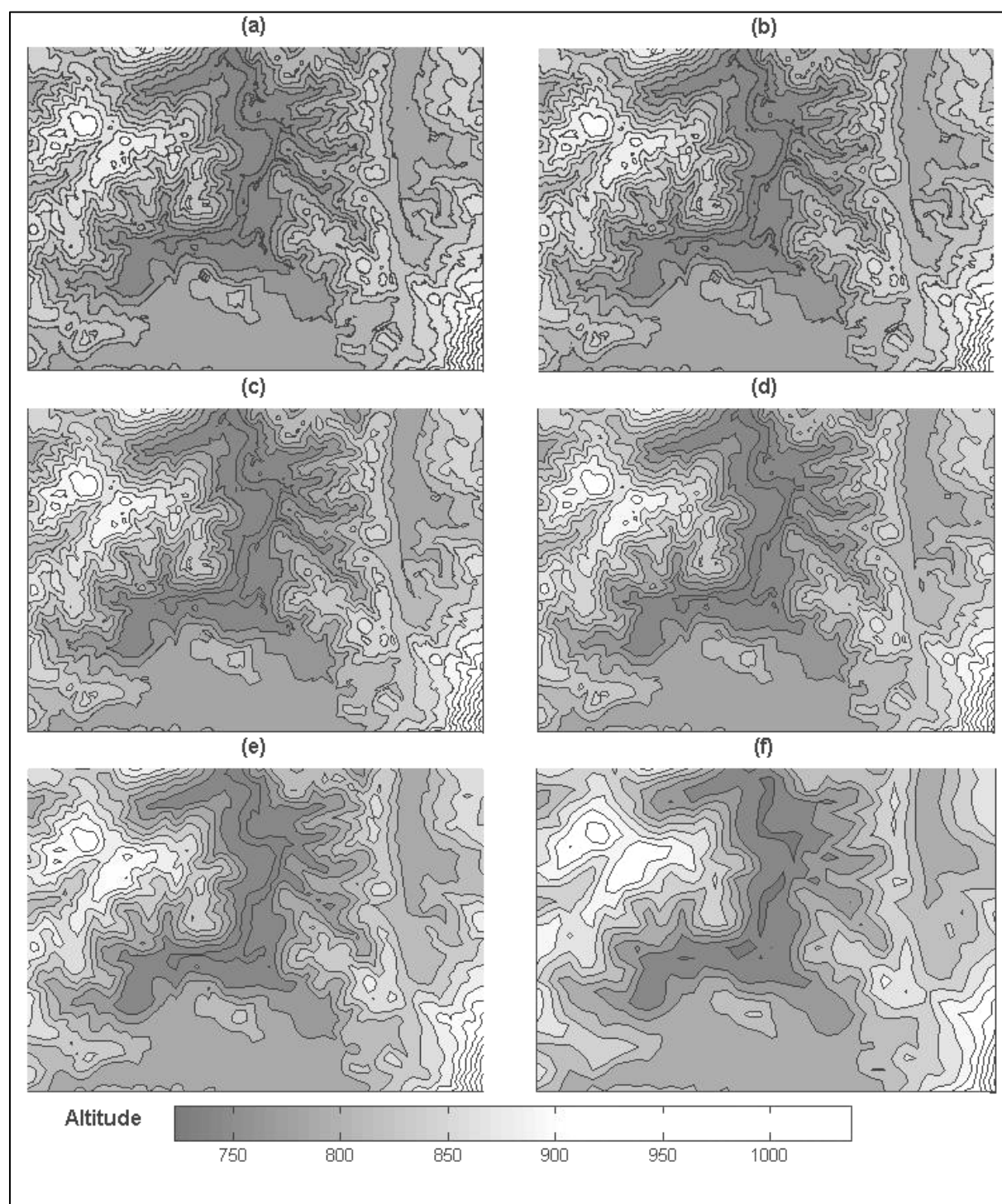
#### 4.2.3 Generalização por Transformada *wavelet* de Daubechies

Da mesma forma que na transformada *wavelet* de Haar, o MDT representado pela grade Capivari foi generalizado pelas transformadas *wavelets* de Daubechies de 2ª e 3ª ordem (“Db2” e “Db3”). Os resultados são mostrados na Tabela 4.8. Nas Figuras 4.12 e 4.13, são mostradas as representações sob a forma de curvas de nível das grades generalizadas pelas transformada *wavelet* de Daubechies de 2ª e 3ª ordem, respectivamente. Na análise visual destas Figuras, observa-se que as grades generalizadas mantêm a coerência com a forma geral do relevo, porém, nesta escala de visualização, não é possível uma verificação mais detalhada.

Na Tabela 4.8 e no gráfico da Figura 4.14 torna-se possível verificar que:

- 1) As generalizações por meio das transformadas *wavelets* Db2 e Db3 de nível 1 apresentaram resultados melhores (menores diferenças de altitude) em comparação com a transformada *wavelet* de Haar. Nos demais níveis, porém, as diferenças foram consideravelmente maiores.
- 2) As diferenças das altitudes das grades generalizadas em relação à grade original aumentaram consideravelmente na generalização pela transformada *wavelet* de Daubechies de 3ª ordem, em comparação com a mesma generalização pela transformada *wavelet* de Daubechies de 2ª ordem.
- 3) Na generalização pela transformada *wavelet* de nível 5, as diferenças máximas de altitudes foram aproximadamente da mesma ordem de grandeza da resolução da grade.

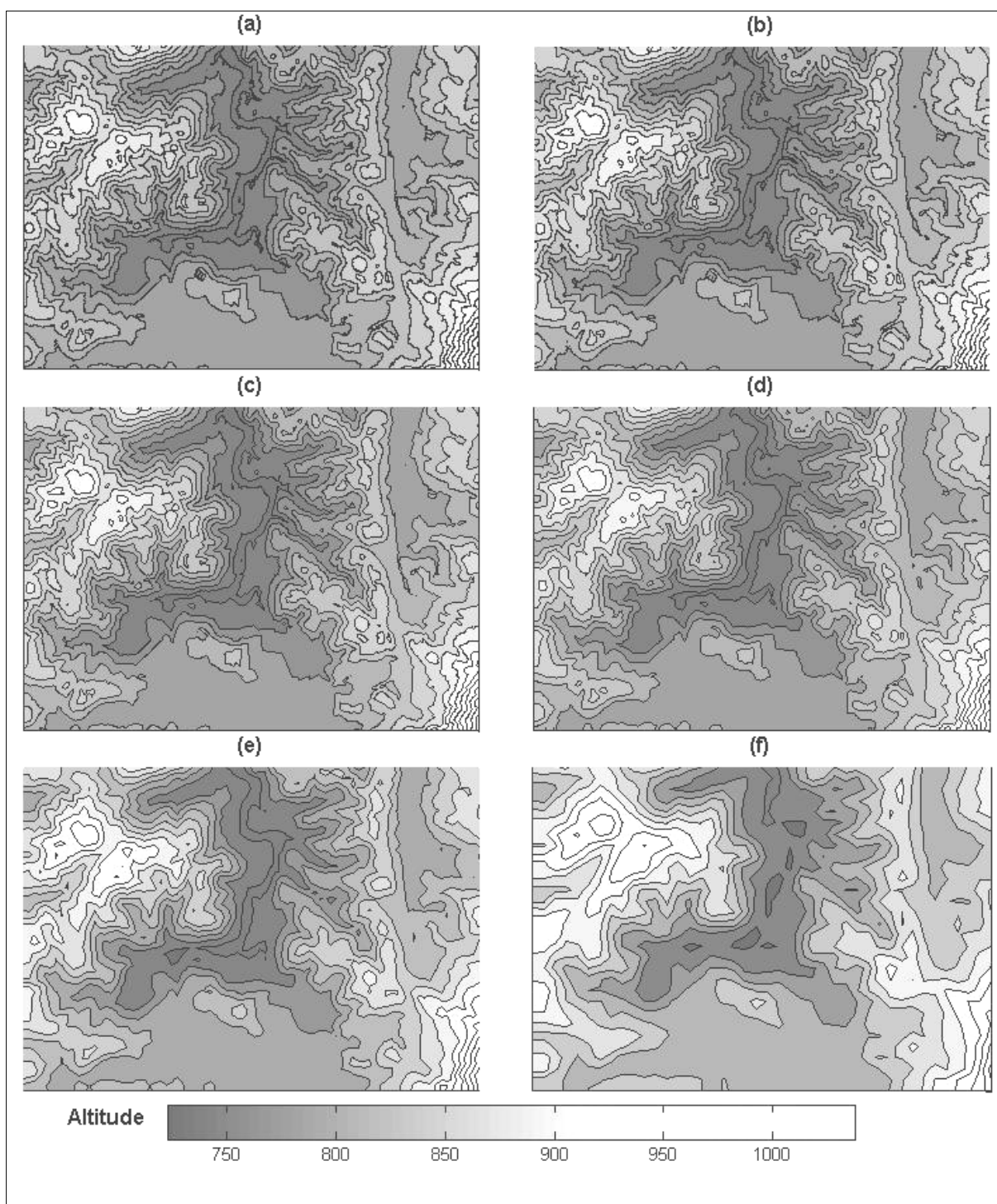
FIGURA 4.12 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA *WAVELET* DE DAUBECHIES DE 2ª ORDEM



(a) Grade original  
(c) Transformada *wavelet* nível 2  
(e) Transformada *wavelet* nível 4

(b) Transformada *wavelet* nível 1  
(d) Transformada *wavelet* nível 3  
(f) Transformada *wavelet* nível 5

FIGURA 4.13 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES DE 3ª ORDEM



(a) Grade original  
 (c) Transformada *wavelet* nível 2  
 (e) Transformada *wavelet* nível 4

(b) Transformada *wavelet* nível 1  
 (d) Transformada *wavelet* nível 3  
 (f) Transformada *wavelet* nível 5

FIGURA 4.14 – TRANSFORMADAS WAVELETS DE DAUBECHIES DE 2<sup>a</sup> ORDEM (a) E 3<sup>a</sup> ORDEM(b)

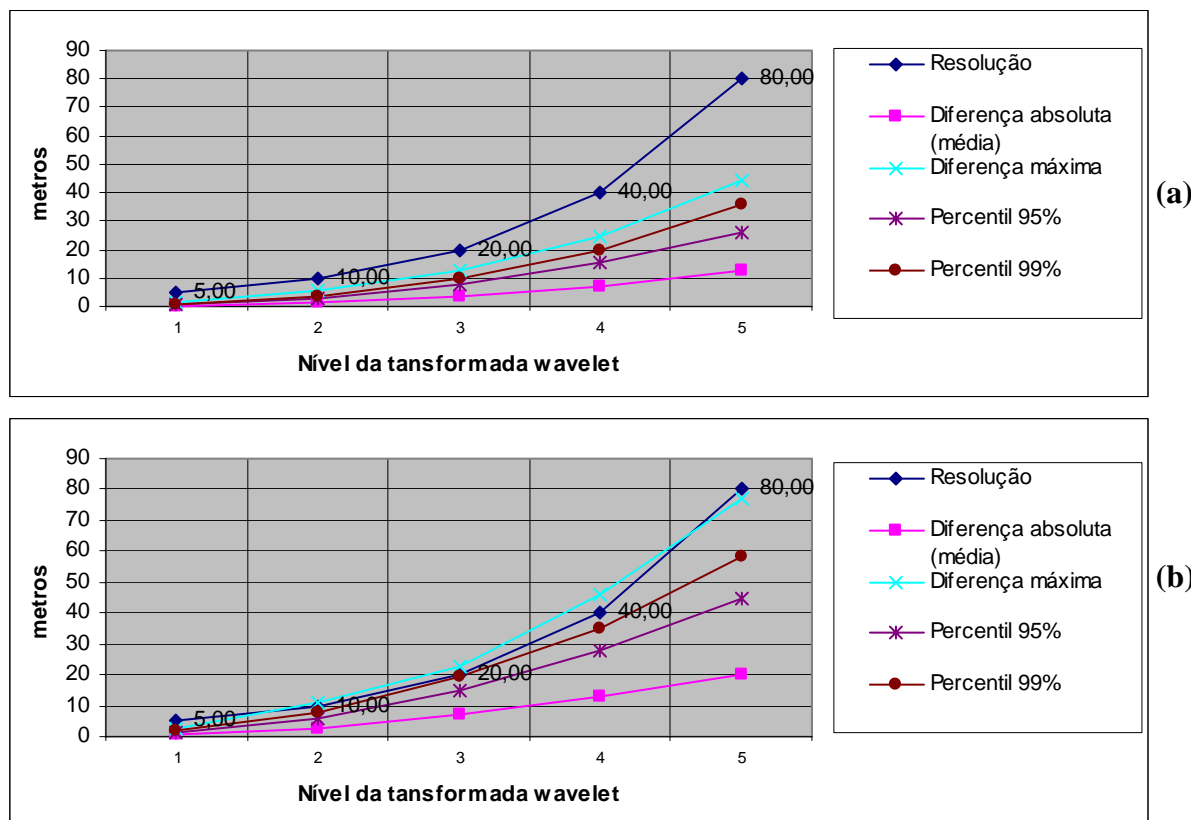


TABELA 4.8 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES

Nível da transformada <i>wavelet</i>	1		2		3		4		5	
Grade (nº pontos)	322560		80640		20160		5040		1260	
Razão grade generalizada/original	1/4		1/16		1/64		1/256		1/1024	
Resolução (metros)	5,00		10,00		20,00		40,00		80,00	
Transformada <i>wavelet</i>	Db2	Db3	Db2	Db3	Db2	Db3	Db2	Db3	Db2	Db3
Média das diferenças absolutas (metros)	0,18	0,52	1,17	2,90	3,50	7,08	7,28	13,02	12,55	20,21
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,19	0,47	1,01	2,41	2,85	5,62	5,72	10,02	9,47	15,30
Diferença máxima (metros)	1,22	2,62	5,49	11,04	12,49	22,57	24,86	45,67	44,22	77,02
Percentil 95 (metros)	0,47	1,07	2,49	6,14	7,40	15,03	15,27	27,73	26,19	44,62
Percentil 99 (metros)	0,77	1,65	3,58	8,08	9,74	19,17	19,60	35,24	35,52	58,26

#### 4.2.4 Generalização por Transformada *wavelet* Symlet

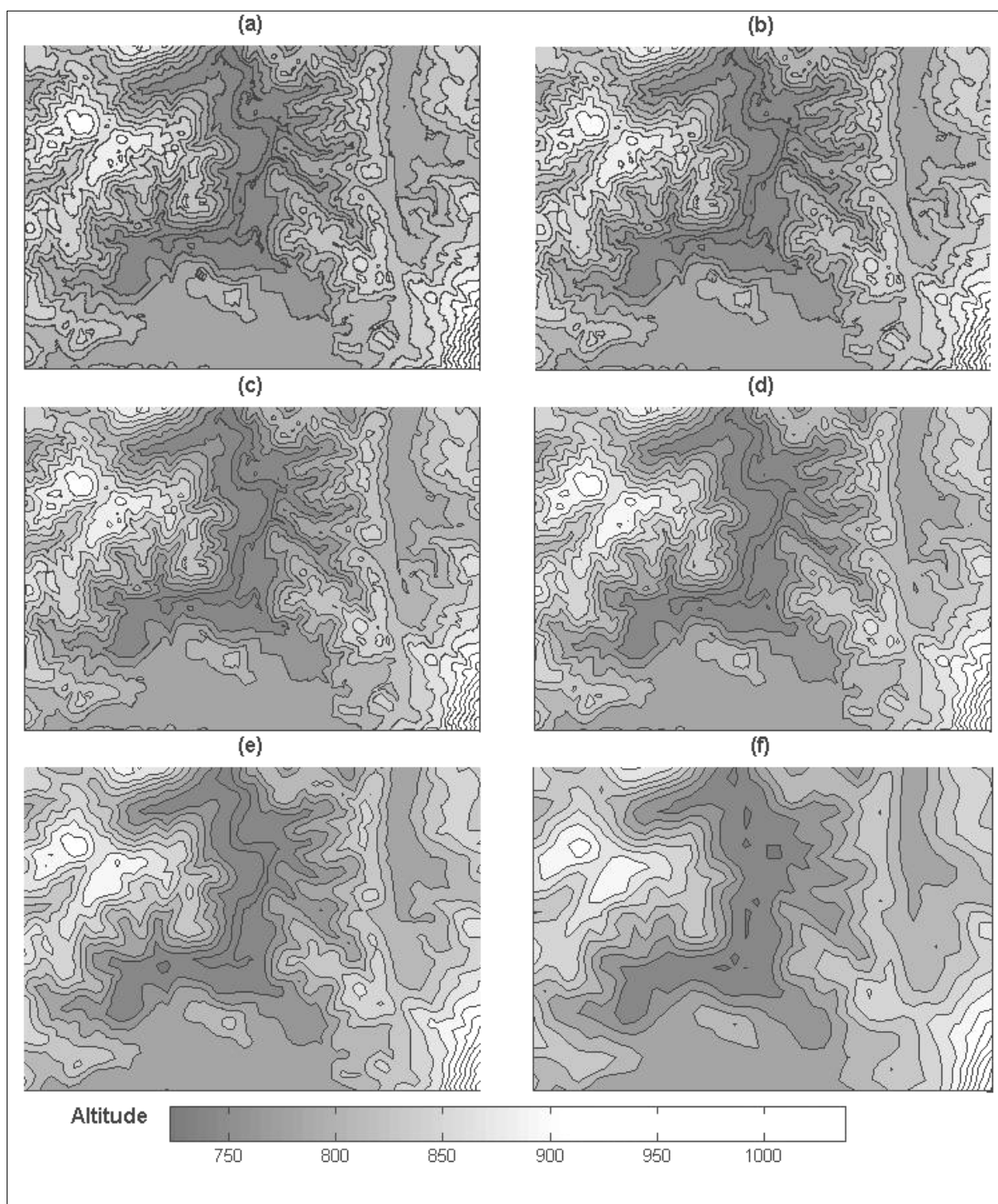
A generalização do MDT por meio da transformada *wavelet* Symlet foi realizada de modo análogo aos experimentos com as wavelets de Haar e Daubechies. A visualização do resultado é mostrada na Figura 4.15 (representação por curvas de nível). Na Tabela 4.9 e no gráfico da Figura 4.16, são mostrados os resultados numéricos obtidos.

A média das diferenças (desvios) absolutas das grades generalizadas em relação à grade original variou de 0,77 metros na transformada *wavelet* nível 1 (grade com resolução de 5 metros) a 4,67 metros na transformada *wavelet* nível 5 (grade com resolução de 80 metros). A diferença máxima variou de 2,97 metros na generalização de nível 1 a 17,88 metros na generalização de nível 5. Estes resultados foram bem próximos aos obtidos nos experimentos realizados com a transformada *wavelet* de Haar.

TABELA 4.9 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET SYMLET

Nível da transformada <i>wavelet</i>	1	2	3	4	5
Grade (nº pontos)	322560	80640	20160	5040	1260
Razão grade generalizada/original	1/4	1/16	1/64	1/256	1/1024
Resolução (metros)	5,00	10,00	20,00	40,00	80,00
Média das diferenças absolutas (metros)	0,77	0,83	1,14	2,22	4,67
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,66	0,71	0,98	1,90	3,70
Diferença máxima (metros)	2,97	3,75	5,08	9,68	17,78
Percentil 95 (metros)	1,89	1,99	2,77	5,34	10,11
Percentil 99 (metros)	2,54	2,84	4,07	7,69	14,32

FIGURA 4.15 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET SYMLET



(a) Grade original

(c) Transformada *wavelet* nível 2

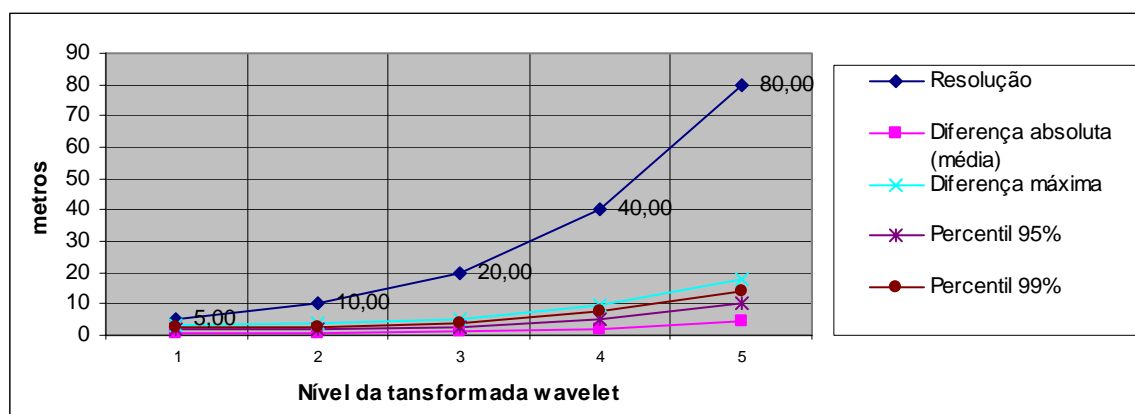
(e) Transformada *wavelet* nível 4

(b) Transformada *wavelet* nível 1

(d) Transformada *wavelet* nível 3

(f) Transformada *wavelet* nível 5

FIGURA 4.16 – TRANSFORMADA WAVELET SYLMET



#### 4.2.5 Generalização por Krigagem

A generalização por meio de Krigagem foi realizada com o objetivo de comparar a generalização por transformada *wavelet* com outro método. A Krigagem foi escolhida por ser um método de interpolação que, embora necessite de mais tempo de processamento, seus resultados são mais precisos, por levar em consideração a variabilidade espacial para representar matematicamente as relações entre os componentes do espaço geográfico. As generalizações por Krigagem foram realizadas nas mesmas resoluções planimétricas das generalizações por transformada *wavelet*, a fim de permitir a comparação entre os resultados. Foi também utilizada a nomenclatura de “*nível de generalização*” para identificar as grades com resolução correspondente a cada nível de generalização por transformada *wavelet*. As diferenças entre as altitudes das grades original e generalizadas são mostradas na Tabela 4.10 e no gráfico da Figura 4.17. Na Figura 4.18 são mostrados os resultados das generalizações sob a forma de curvas de nível, do mesmo modo utilizado na representação das generalizações por transformada *wavelet*.

A média dos valores absolutos das diferenças variou de 0,77 metros, na generalização de nível 1 (grade com resolução de 5 metros), a 3,81 metros, na generalização de nível 5 (grade com resolução de 80 metros). Estes valores são

próximos aos observados na generalização por transformada *wavelet* de Haar e alguns casos de generalização por transformada *wavelet* Symlet e muito melhores que as generalizações por transformada *wavelet* de Daubechies. A análise destes resultados, acompanhada de testes estatísticos, está detalhada na Seção 4.4.

TABELA 4.10 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM

Nível da generalização	1	2	3	4	5
Grade (nº. pontos)	322560	80640	20160	5040	1260
Razão grade generalizada/original	1/4	1/16	1/64	1/256	1/1024
Resolução (metros)	5,00	10,00	20,00	40,00	80,00
Média das diferenças absolutas (metros)	0,77	0,79	1,04	1,81	3,81
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,66	0,68	0,90	1,58	3,26
Diferença máxima (metros)	2,91	3,10	5,45	10,01	18,16
Percentil 95 (metros)	1,90	1,94	2,57	4,43	8,56
Percentil 99 (metros)	2,45	2,57	3,62	7,07	13,52

FIGURA 4.17 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM

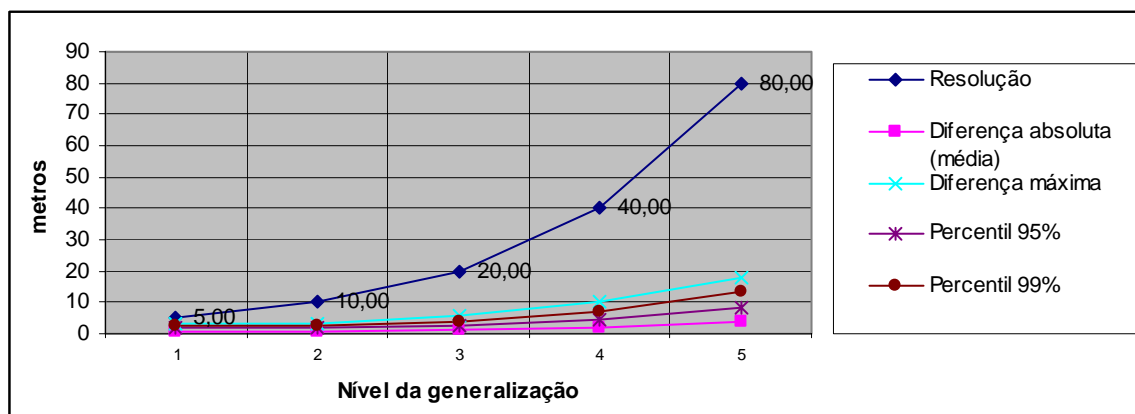
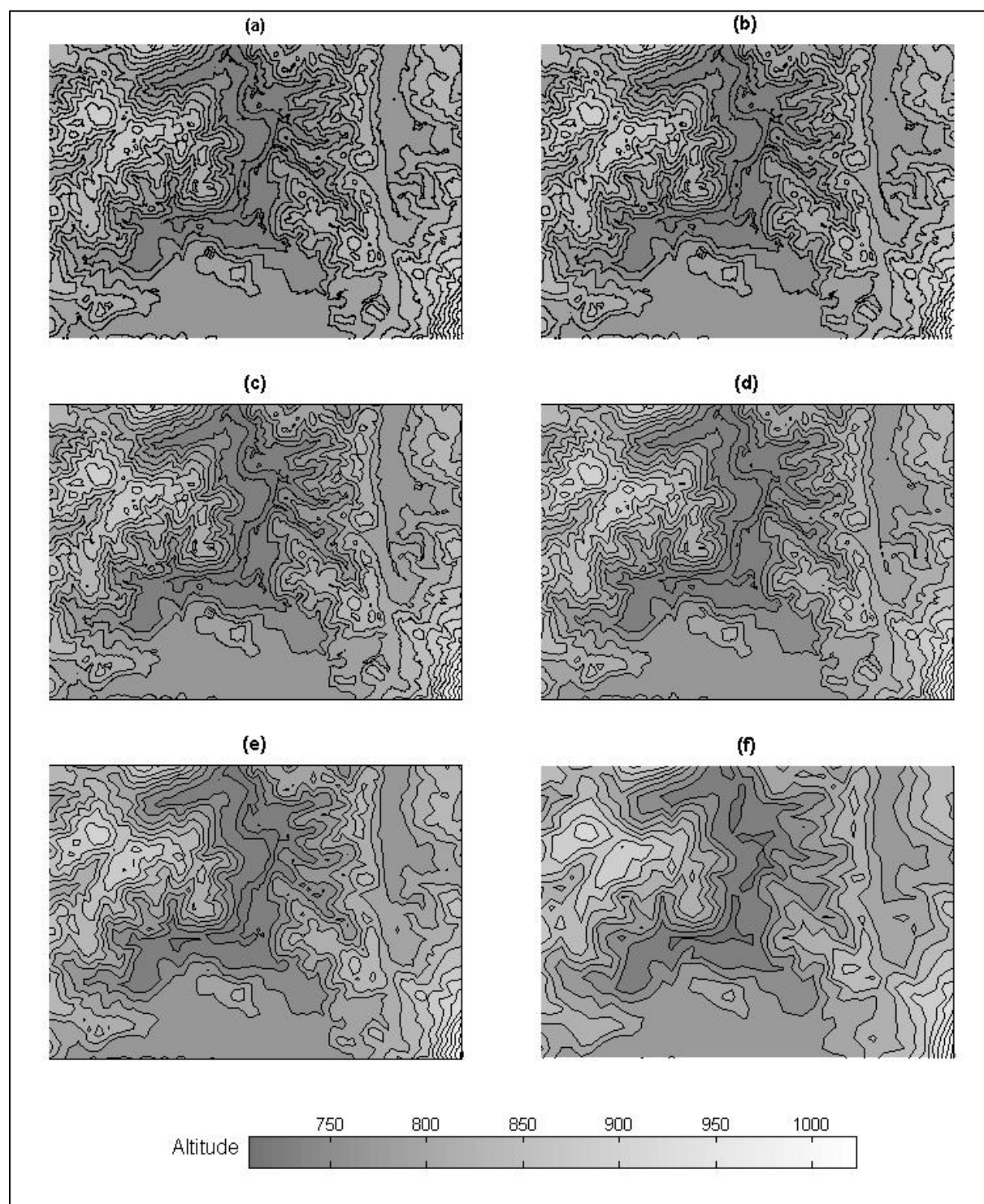




FIGURA 4.18 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM



(a) Grade original (2,5 metros)  
 (c) Generalização nível 2 (10,0 metros)  
 (e) Generalização nível 4 (40,0 metros)

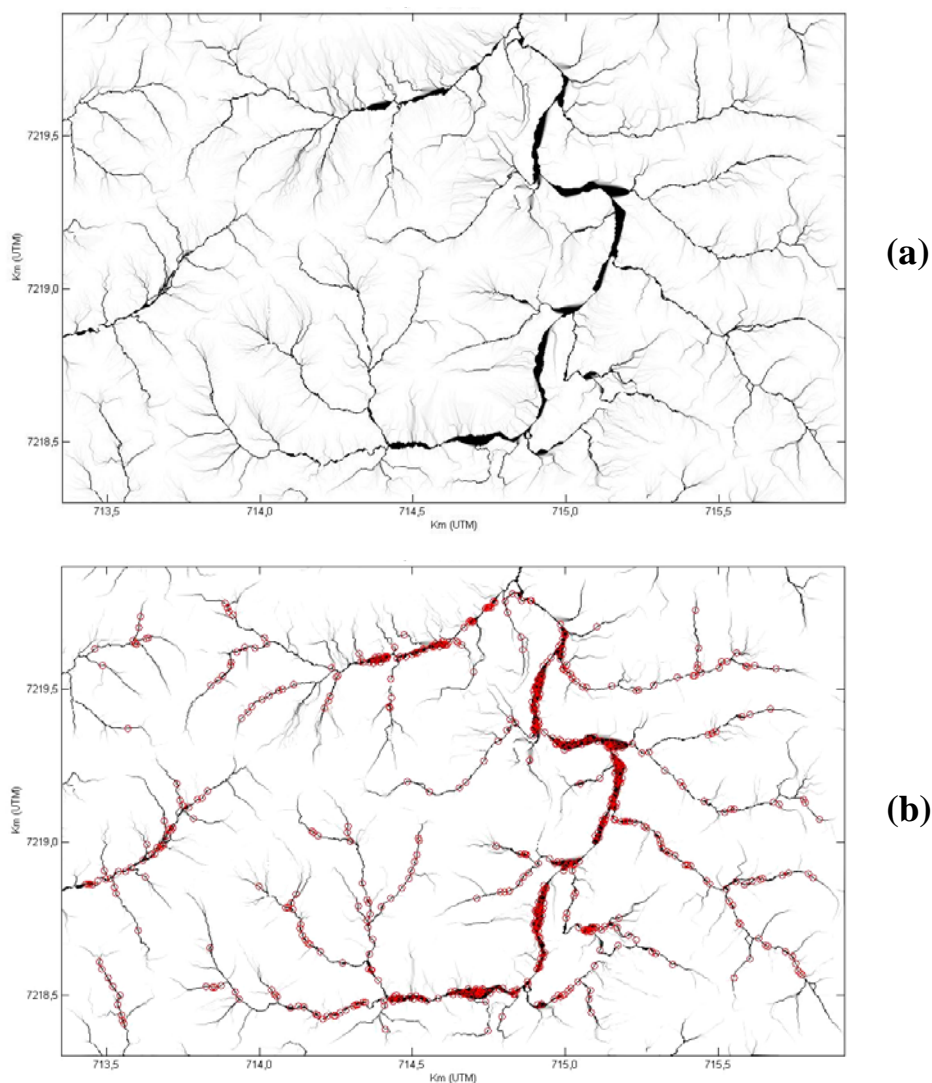
(b) Generalização nível 1 (5,0 metros)  
 (d) Generalização nível 3 (20,0 metros)  
 (f) Generalização nível 5 (80,0 metros)

### 4.3 ÁREA DE ESTUDO DRENAGEM

A rede de drenagem é delineadora da morfologia do terreno. Por este motivo, decidiu-se pela determinação da rede de drenagem a fim de realizar a análise dos erros verificados em pontos pertencentes à mesma, além da possibilidade de realizar mais um teste de generalização por transformada *wavelet*. Apesar de a área correspondente à grade Drenagem ser coincidente com parte da grade Capivari, o teste justifica-se por comparar as altitudes de pontos nos quais, em princípio, há a possibilidade de ocorrências de erros mais significativos causados pelo processo de generalização. Como já foi observado na simulação realizada na Seção 4.1, a generalização por transformada *wavelet* mostrou uma tendência de apresentar melhores resultados em áreas de superfícies planas ou com variação suave do relevo. Nos testes realizados nos pontos correspondentes à rede de drenagem (ravinas e cursos d'água), buscou-se dimensionar a amplitude destas possíveis distorções.

A rede de drenagem foi determinada na região central e NW da grade Capivari, constituída de 1024x640 pontos (2560,0 por 1600,0 metros). Da rede de drenagem, foram coletados 602 pontos aleatoriamente distribuídos. As altitudes destes pontos foram comparadas com as altitudes dos pontos correspondentes (mesmas coordenadas planimétricas) nos MDTs resultantes da generalização. Na Figura 4.19 são mostradas a rede de drenagem e a localização dos pontos de verificação utilizados. Da mesma forma que na grade Capivari, a grade Drenagem foi generalizada por meio de Krigagem e das transformadas *wavelets* de Haar, Daubechies (2ª e 3ª ordens) e Symlets.

FIGURA 4.19 – REDE DE DRENAGEM (a) E PONTOS DE VERIFICAÇÃO (b)



#### 4.3.1 Generalização por transformada *wavelet* de Haar

Na Figura 4.20 mostram-se os resultados obtido da generalização pela transformada *wavelet* de Haar, sob a forma de curvas de nível. Em (a) são mostradas as curvas de nível geradas a partir da grade original, com resolução de 2,5 metros. Em (b), as curvas de nível geradas a partir da grade de 5,0 metros (grade generalizada pela

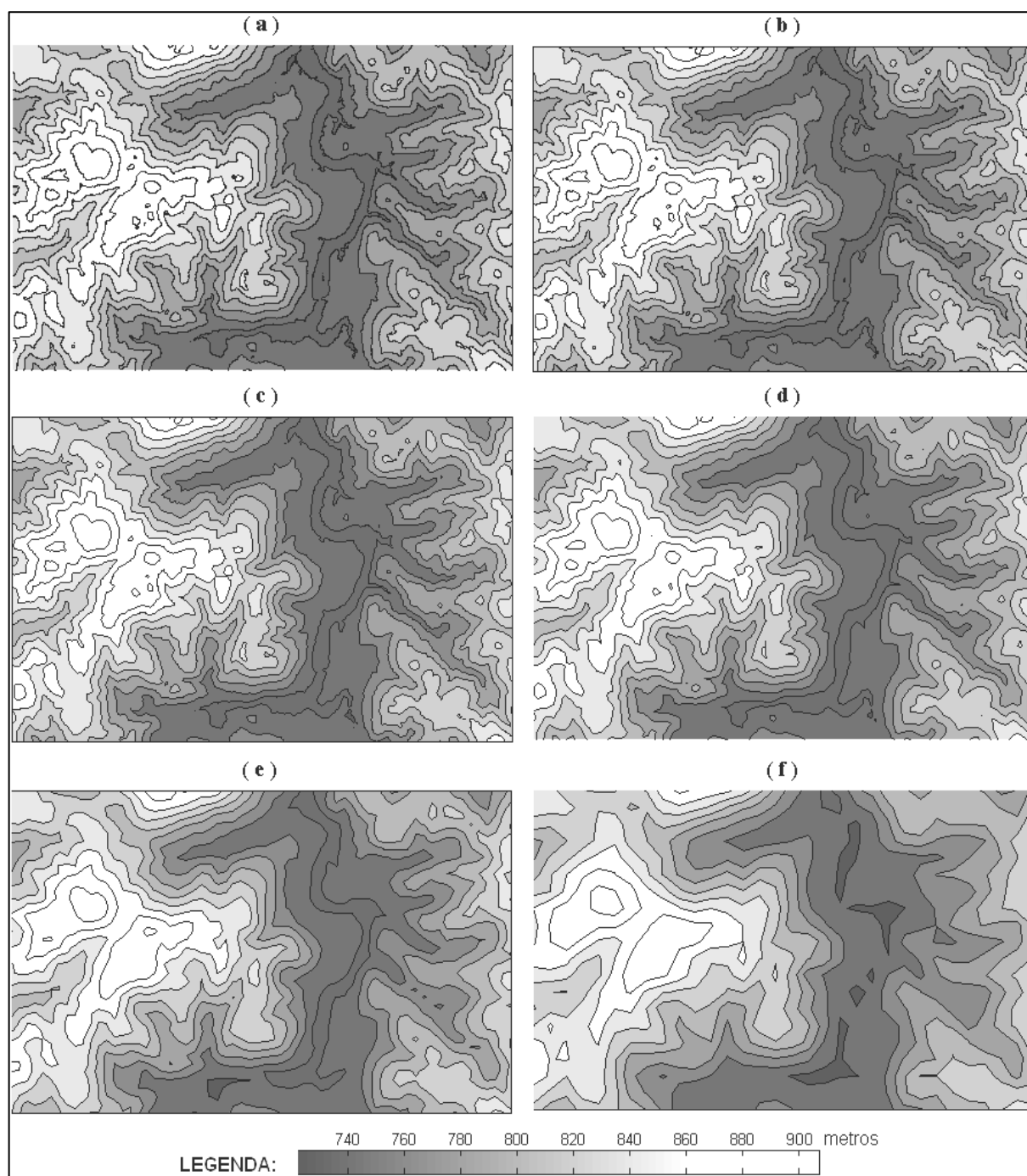
transformada *wavelet* de nível 1). Em (c), as curvas de nível geradas pela grade de 10,0 metros (grade generalizada pela transformada *wavelet* de nível 2) e assim, sucessivamente, até a grade de 80,0 metros (transformada *wavelet* nível 5).

Os resultados numéricos das discrepâncias resultantes das generalizações pela transformada *wavelet* de Haar são mostrados na Tabela 4.11 e no gráfico da Figura 4.21. Os resultados foram obtidos com a utilização de 602 pontos de verificação obtidos da rede de drenagem. As médias das diferenças variaram de 0,24 metros (MDT com resolução planimétrica de 5 metros) a 7,83 metros (MDT com resolução planimétrica de 80 metros). Em comparação com os resultados da área Capivari (Tabela 4.7), estas diferenças tiveram uma amplitude maior que as obtidas na região Capivari. Comparando-se as Tabelas 4.7 e 4.11, observa-se que, nas grades generalizadas com resoluções de 5 e 10 metros (generalização por transformada *wavelet* níveis 1 e 2), as diferenças foram menores na grade Drenagem, enquanto nas demais resoluções (20, 40 e 80 metros), as diferenças maiores ocorreram na grade Capivari. O mesmo comportamento foi apresentado na comparação da diferença máxima e dos percentis de 95% e 99%.

**TABELA 4.11 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR**

<b>Nível da transformada <i>wavelet</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Grade (nº pontos)	163840	40960	10240	2560	640
Razão grade generalizada/original	1/4	1/16	1/64	1/256	1/1024
Resolução (metros)	5,00	10,00	20,00	40,00	80,00
Média das diferenças absolutas (metros)	0,24	0,60	1,57	3,70	7,83
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,25	0,53	1,17	2,24	4,08
Diferença máxima (metros)	1,76	3,22	5,82	11,90	19,46
Percentil 95 (metros)	0,73	1,65	3,83	8,05	15,31
Percentil 99 (metros)	1,07	2,16	4,65	9,49	17,62

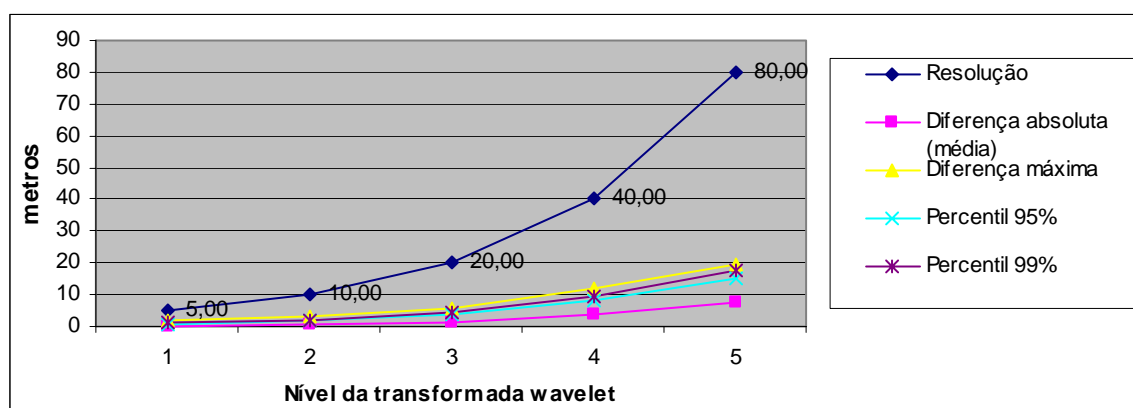
FIGURA 4.20 – GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR



- (a) Grade original  
 (c) Transformada *wavelet* nível 2  
 (e) Transformada *wavelet* nível 4

- (b) Transformada *wavelet* nível 1  
 (d) Transformada *wavelet* nível 3  
 (f) Transformada *wavelet* nível 5

FIGURA 4.21 – TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR



#### 4.3.2 Generalização por transformada *wavelet* de Daubechies

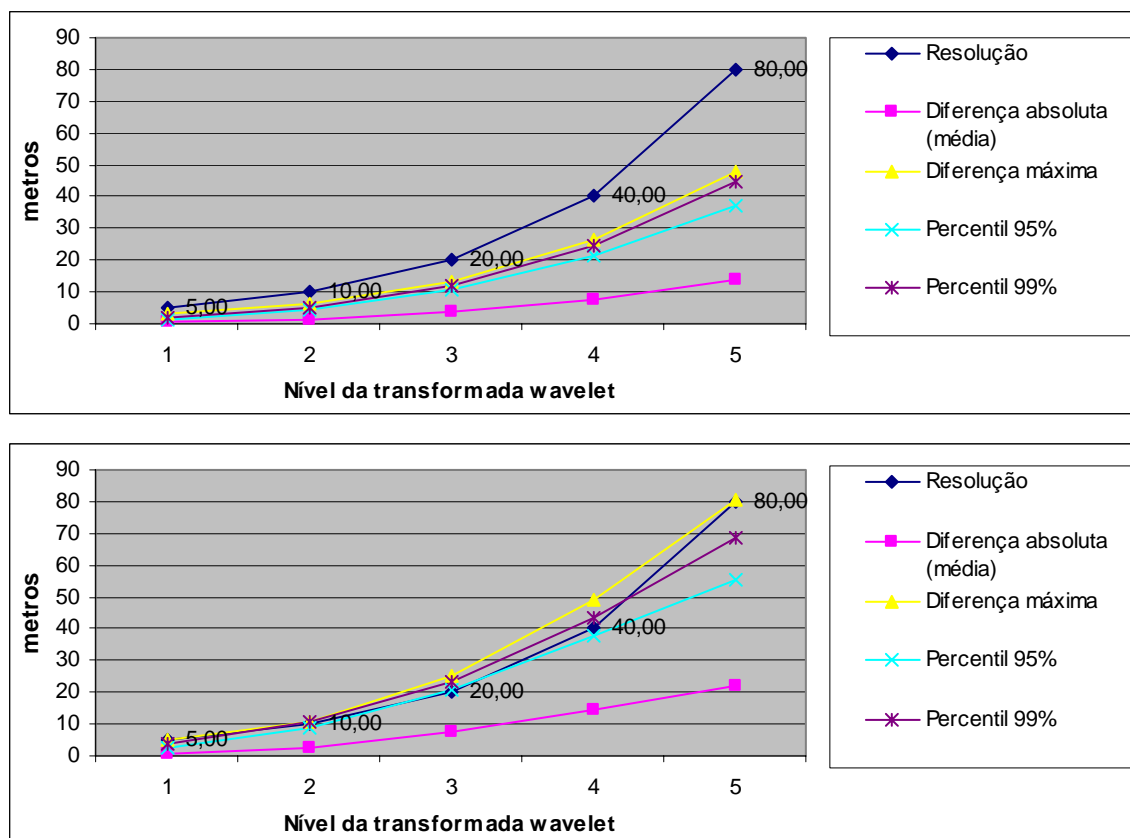
Na Tabela 4.12 e no gráfico da Figura 4.22 são apresentados os resultados da generalização realizada por meio das transformadas *wavelets* de Daubechies. Sobre estes resultados podem ser feitas as seguintes comparações, considerando-se um nível de significância de 5% (nível de confiança de 95%):

- 1) Comparando-se o gráfico da Figura 4.22 com o gráfico da Figura 4.14, observa-se que os resultados da generalização das áreas Capivari e Drenagem foram similares. Na comparação dos dados das Tabelas 4.8 e 4.12, observa-se que as diferenças foram menores na área Capivari, principalmente nas grades com resolução de 5 e 10 metros. Nas demais grades, as diferenças não foram significativas a um nível de significância de 5%.
- 2) Em comparação com a transformada *wavelet* de Haar, os resultados foram piores (diferenças maiores) em todas as generalizações realizadas.
- 3) A generalização por transformada *wavelet* de Daubechies de 3ª ordem apresentou resultados piores (diferenças maiores) que a de 2ª ordem.

TABELA 4.12 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES DE 2ª ORDEM (Db2) E 3ª ORDEM (Db3)

Nível da transformada <i>wavelet</i>	1		2		3		4		5	
Grade (nº pontos)	163840		40960		10240		2560		640	
Razão grade generalizada/original	1/4		1/16		1/64		1/256		1/1024	
Resolução (metros)	5,00		10,00		20,00		40,00		80,00	
Transformada <i>wavelet</i>	Db2	Db3	Db2	Db3	Db2	Db3	Db2	Db3	Db2	Db3
Média das diferenças absolutas (metros)	0,42	0,80	1,32	2,81	3,51	7,26	7,85	14,25	14,08	22,20
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,45	0,83	1,29	2,65	3,12	6,11	6,37	11,37	10,91	17,46
Diferença máxima (metros)	3,33	4,92	6,03	11,00	13,18	25,15	26,28	49,29	48,10	80,36
Percentil 95 (metros)	1,33	2,67	4,25	8,71	10,39	20,54	21,27	37,49	36,91	55,27
Percentil 99 (metros)	2,05	3,71	5,25	10,41	11,90	23,60	24,70	43,73	44,80	68,55

FIGURA 4.22 – TRANSFORMADA WAVELET DE DAUBECHIES



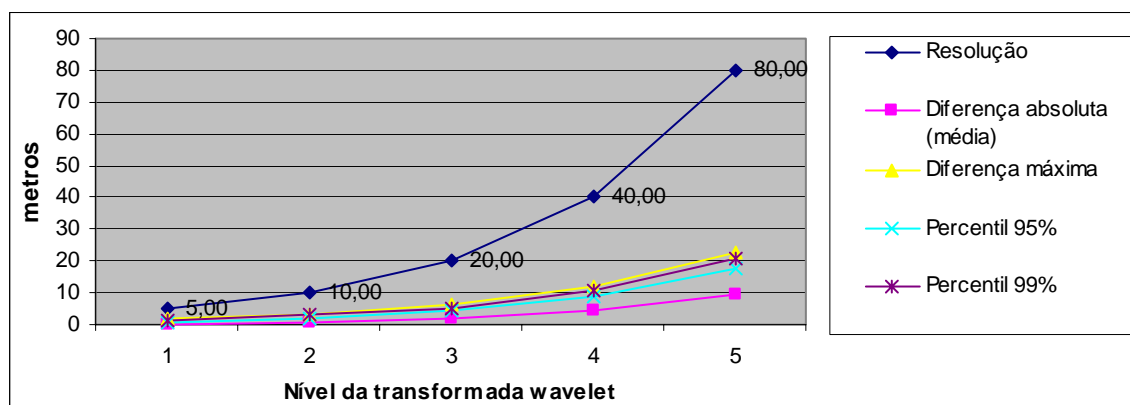
### 4.3.3 Generalização por transformada *wavelet* Symlet

Na generalização por transformada *wavelet* Symlet, a média das diferenças (desvios) absolutas das grades generalizadas em relação à grade original variou de 0,23 metros na transformada *wavelet* nível 1 (grade com resolução de 5 metros) a 9,41 metros na transformada *wavelet* nível 5 (grade com resolução de 80 metros). Embora este resultado seja melhor que o obtido pelas transformadas wavelets de Daubechies, as diferenças aumentaram consideravelmente em comparação com a mesma generalização realizada com a área de estudo Capivari, como pode ser visto na comparação dos gráficos das Figuras 4.16 e 4.23 e dos dados das Tabelas 4.9 e 4.13.

TABELA 4.13 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR TRANSFORMADA WAVELET SYMLET

Nível da transformada <i>wavelet</i>	1	2	3	4	5
Grade (nº pontos)	163840	40960	10240	2560	640
Razão grade generalizada/original	1/4	1/16	1/64	1/256	1/1024
Resolução (metros)	5,00	10,00	20,00	40,00	80,00
Média das diferenças absolutas (metros)	0,23	0,72	1,84	4,46	9,41
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,26	0,63	1,26	2,44	4,34
Diferença máxima (metros)	2,12	3,43	6,01	12,22	22,63
Percentil 95 (metros)	0,79	2,06	4,19	8,88	17,51
Percentil 99 (metros)	1,09	2,84	5,13	10,50	20,50

FIGURA 4.23 – TRANSFORMADA WAVELET SYMLET





#### 4.3.4 Generalização por Krigagem

Da mesma forma que na grade Capivari, foi realizada a generalização da grade Drenagem pelo método de Krigagem. Na Figura 4.24 são mostrados os resultados sob a forma de curvas de nível. Na Tabela 4.14 e no gráfico da Figura 4.25, são mostrados os resultados numéricos da generalização. Em comparação com as generalizações por transformada *wavelet*, a generalização por Krigagem apresentou resultados numéricos melhores, porém estatisticamente similares aos obtidos com a transformada *wavelet* de Haar, a um nível de significância de 5%, e resultados bem melhores que os obtidos com as outras transformadas *wavelets*. A média dos valores absolutos das diferenças variou de 0,22 metros, na generalização de nível 1 (grade com resolução de 5 metros) a 7,22 metros, na generalização de nível 5 (grade com resolução de 80 metros). A análise detalhada destes resultados, acompanhada de testes estatísticos, encontra-se na Seção 4.4.

TABELA 4.14 – RESULTADOS ESTATÍSTICOS DA GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM

Nível da generalização	1	2	3	4	5
Grade (n°. pontos)	322560	80640	20160	5040	1260
Razão grade generalizada/original	1/4	1/16	1/64	1/256	1/1024
Resolução (metros)	5,00	10,00	20,00	40,00	80,00
Média das diferenças absolutas (metros)	0,22	0,56	1,46	3,47	7,22
Desvio padrão das diferenças absolutas	0,23	0,49	1,07	2,10	4,00
Diferença máxima (metros)	1,66	2,97	5,42	10,96	18,55
Percentil 95 (metros)	0,66	1,47	3,44	7,24	14,55
Percentil 99 (metros)	0,97	1,91	4,14	8,83	16,32

FIGURA 4.24 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM

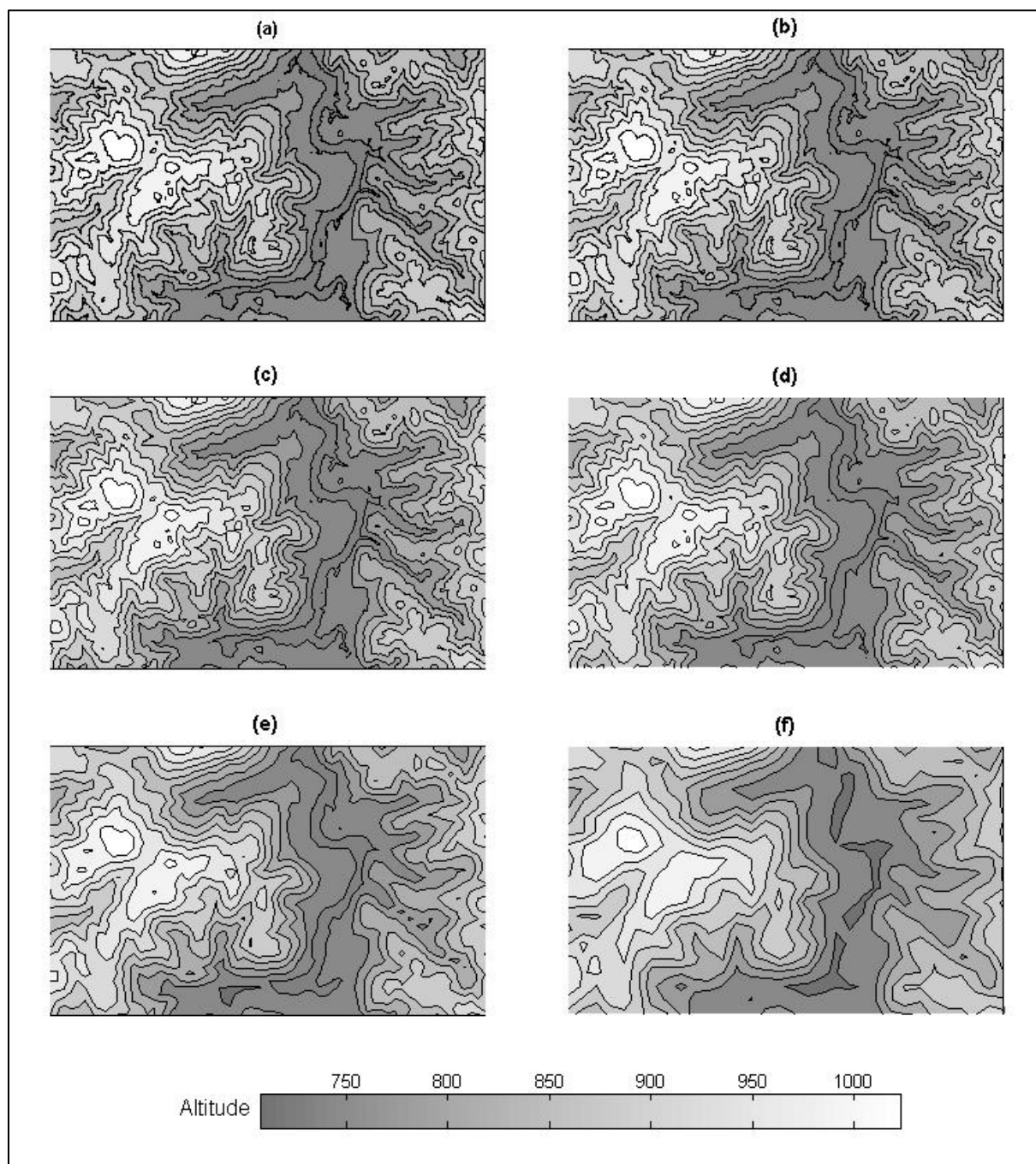
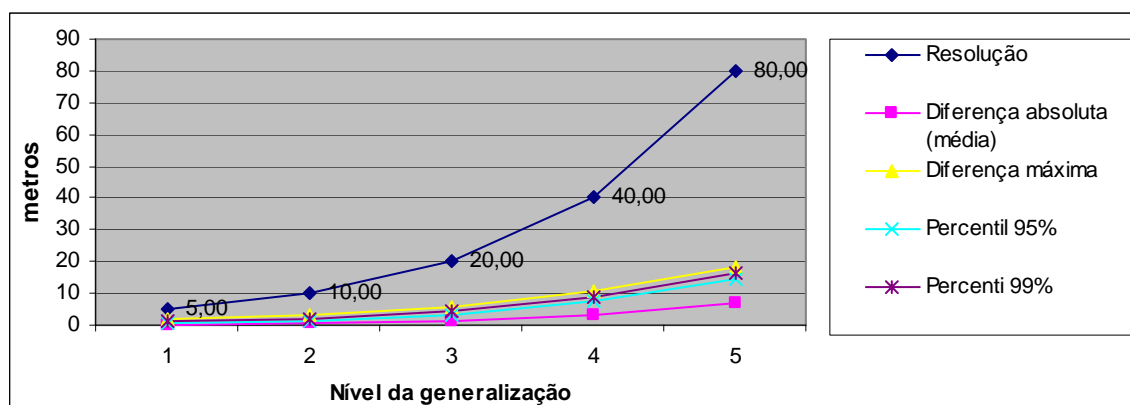


FIGURA 4.25 – GENERALIZAÇÃO POR KRIGAGEM



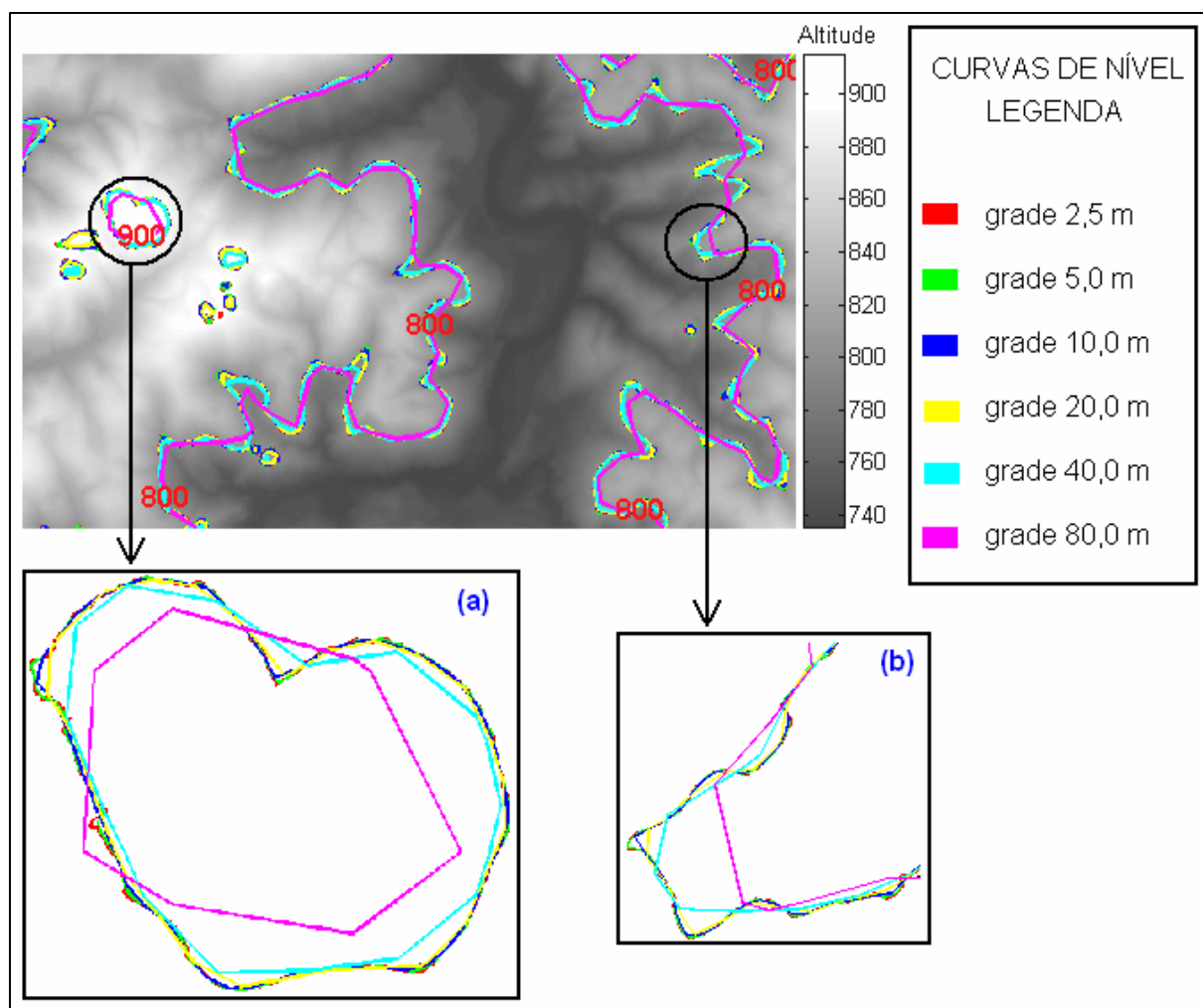
#### 4.4 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

A avaliação dos resultados foi realizada em duas fases: primeiramente, realizou-se uma avaliação visual, na qual foi observada a concordância de curvas de nível e feita a comparação de redes de drenagem nos diversos níveis de generalização, tomando-se a generalização por Krigagem como referência. Em segundo lugar, foi realizada uma avaliação analítica, na qual os resultados das generalizações realizadas foram comparados estatisticamente.

##### 4.4.1 Avaliação visual

Na Figura 4.26 mostram-se as curvas de nível de altitudes iguais a 800 e a 900 metros, sobrepostas ao MDT. Estas curvas de nível referem-se à generalização da área de estudo Drenagem pela transformada *wavelet* de Haar. Nesta Figura, pode-se observar graficamente o aumento das discrepâncias à medida que se aumenta o nível de generalização. Particularmente, observa-se a concordância das curvas de nível nas grades de resolução até 40 metros. Nas grades de resolução de 80 metros, a concordância se mantém apenas nas regiões lineares da curva de nível, ocorrendo discrepâncias acentuadas principalmente nas regiões de flexão das curvas.

FIGURA 4.26 – GENERALIZAÇÃO DE CURVAS DE NÍVEL: TRANSFORMADA WAVELET DE HAAR

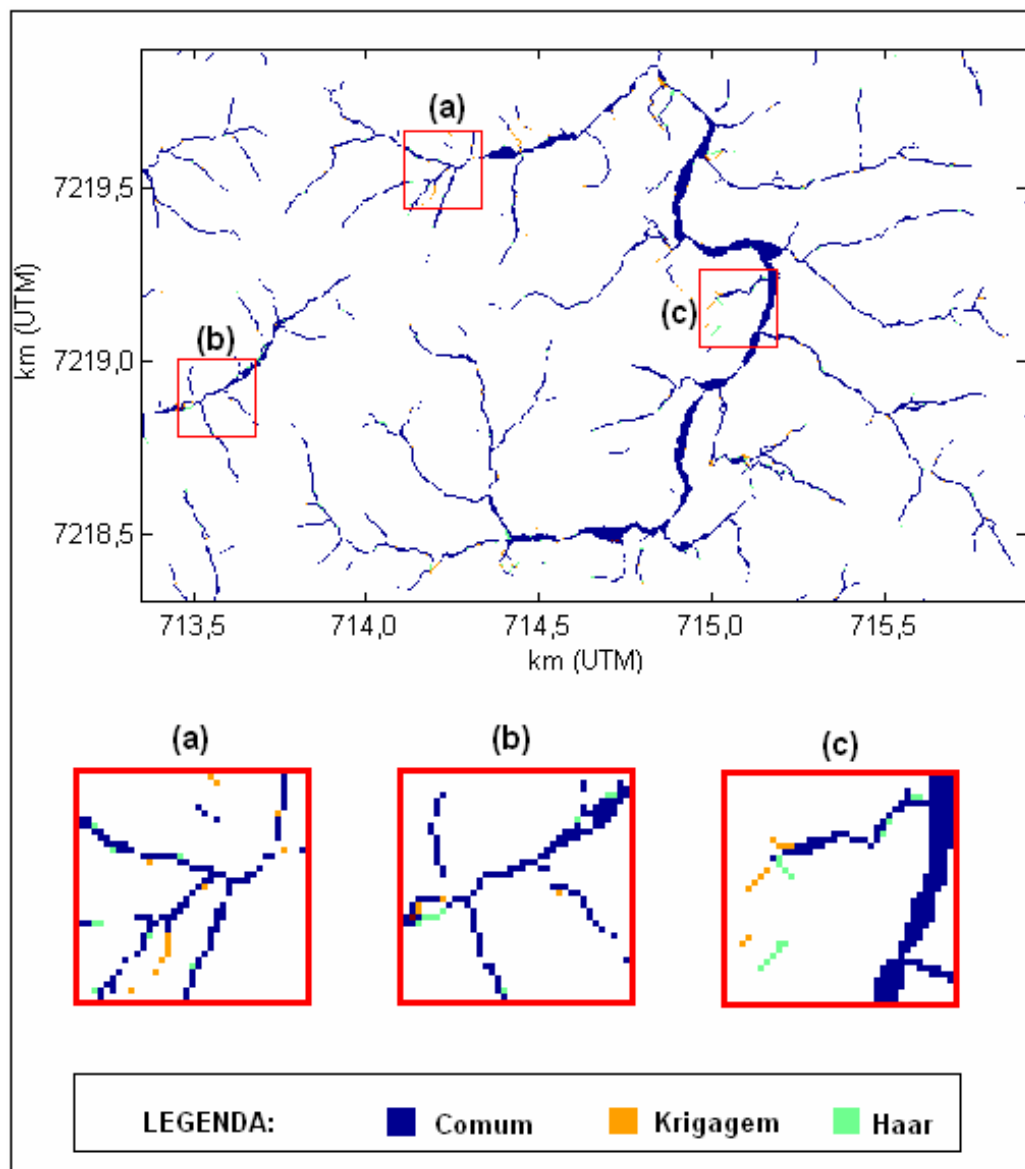


Nas Figuras 4.20 e 4.24 podem ser observadas as curvas de nível referentes às outras generalizações realizadas por transformada *wavelet* na mesma região. Notam-se nestas Figuras os mesmos efeitos acima descritos. Para uma análise quantitativa destes efeitos, sugere-se a comparação dos resultados da generalização por transformada *wavelet* com algoritmos de simplificação de linhas, como, por exemplo, o de Douglas-Peucker (DOUGLAS e PEUCKER, 1973).

#### 4.4.1.1 Comparação das redes de drenagem

Para a verificação do comportamento da drenagem nos diversos níveis de generalização, foi realizada a comparação das redes de drenagem das grades generalizadas. Para isso, foram escolhidos os MDTs generalizados por Krigagem e pela transformada *wavelet* de Haar. Os MDTs generalizados por Krigagem foram tomados como referência. A escolha dos MDTs generalizados por transformada *wavelet* de Haar deveu-se ao fato de esta generalização ter apresentado o melhor resultados entre os testes realizados com *transformadas wavelets*. As redes de drenagem foram superpostas para que fosse possível observar os pontos comuns (redes de drenagem idênticas) dos pontos em que as redes apresentaram diferenças. Os resultados obtidos são mostrados nas Figuras 4.27 (MDT com resolução de 5 metros) a 4.31 (MDT com resolução de 80 metros). Na Tabela 4.15 são mostrados os resultados numéricos desta comparação. Nas grades com resolução de 40 e de 80 metros, a obtenção da drenagem ficou prejudicada pela baixa resolução, que fez com que cada *pixel* usado para representar a drenagem tivesse dimensão muito maior que a drenagem natural. Na generalização de nível 5, um único *pixel* corresponde a 6400 m<sup>2</sup>. Por este motivo, a drenagem não ficou representada na escala adequada. Apesar disso, pode-se observar que as linhas delimitadoras da drenagem se mantiveram coerentes em todos os níveis de generalização. A concordância entre as redes de drenagem resultantes das generalizações por Krigagem e pela transformada *wavelet* de Haar foi superior a 93% em todos os níveis de generalização (Tabela 4.15).

FIGURA 4.27 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR  
RESOLUÇÃO DE 5 METROS



Em (a), (b) e (c), detalhes das maiores diferenças entre as redes de drenagem obtidas do MDT generalizado por Krigagem e transformada *wavelet* de Haar

TABELA 4.15 – COMPARAÇÃO DAS REDES DE DRENAGEM

Nível da generalização	Resolução do MDT (metros)	Dimensão da grade	Nº de pontos da drenagem	Concordância da drenagem
1	5,00	512x320	6323	96,4%
2	10,00	256x160	1951	96,7%
3	20,00	128x80	986	96,2%
4	40,00	64x40	370	93,5%
5	80,00	32x20	131	93,1%

FIGURA 4.28 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR  
RESOLUÇÃO DE 10 METROS

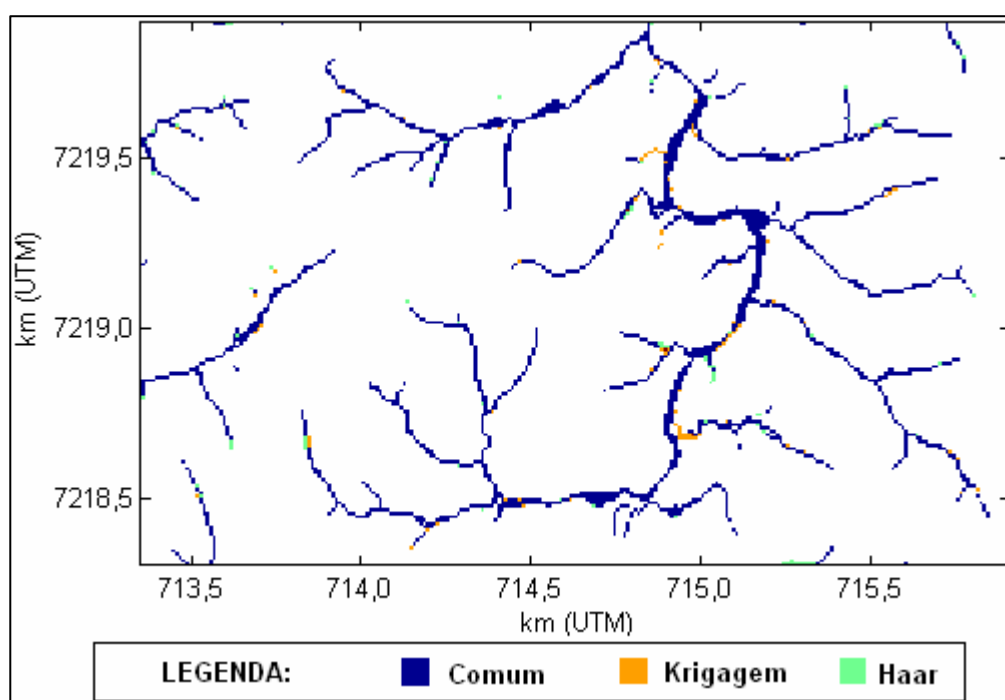


FIGURA 4.29 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR  
RESOLUÇÃO DE 20 METROS

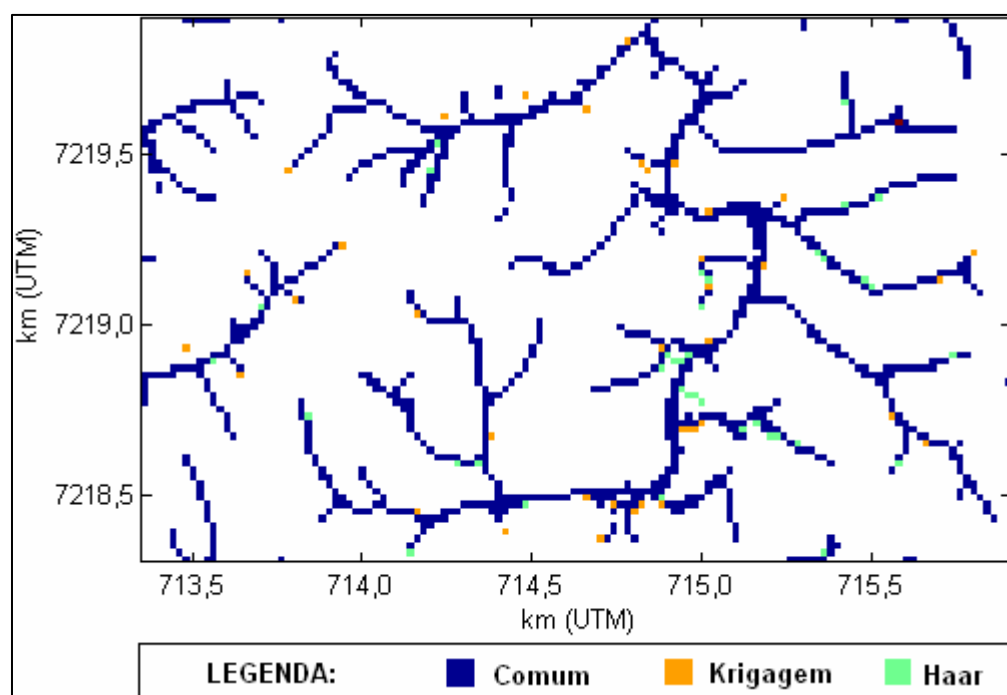


FIGURA 4.30 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR  
RESOLUÇÃO DE 40 METROS

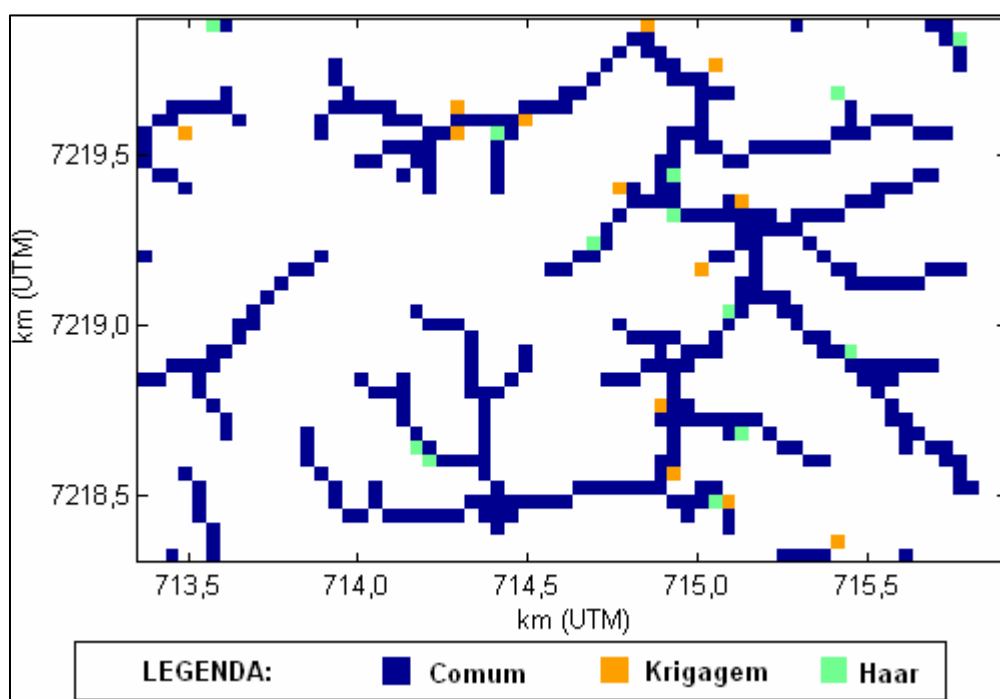
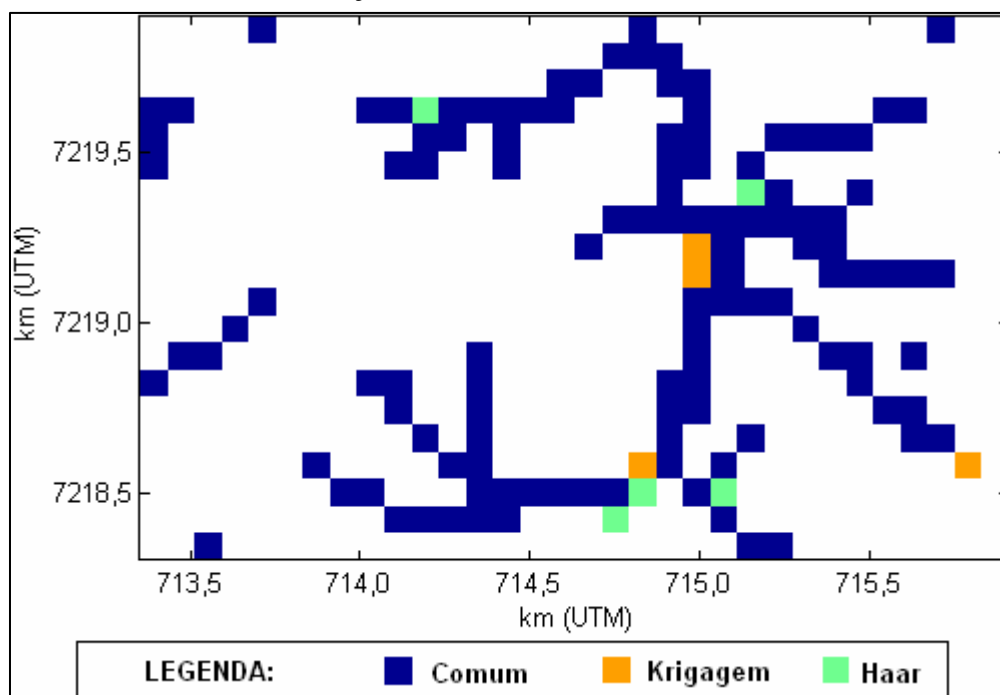


FIGURA 4.31 – REDES DE DRENAGEM: KRIGAGEM E HAAR  
RESOLUÇÃO DE 80 METROS





#### 4.4.2 Avaliação analítica

A partir da média das diferenças absolutas e respectivo desvio padrão de cada generalização realizada, constantes das Tabelas 4.7 a 4.14, foram realizados testes de hipótese a um nível de significância de 5% (nível de confiança de 95%), calculados de acordo com a Equação 3.9, para a comparação dos resultados das generalizações realizadas nos MDTs das áreas de estudo Capivari e Drenagem.

##### 4.4.2.1 Avaliação analítica da área de estudo Capivari

Na Tabela 4.16 são mostrados os valores de “z”, relativos aos testes de hipótese realizados com os dados das Tabelas 4.7 a 4.10. Da análise desta Tabela, pode-se afirmar que:

- 1) Dentre as generalizações por transformada *wavelet*, as de Haar e Symlet apresentaram os melhores resultados, com diferenças pequenas na comparação das altitudes dos pontos de verificação com os pontos homólogos na grade original. Apesar de a generalização por transformada *wavelet* de Haar ter apresentado valores menores para as diferenças de altitude em comparação com a generalização pela transformada *wavelet* Symlet, esta diferença não é estatisticamente significativa a um nível de significância igual a 0,05, nas generalizações de nível 1 a 3 (grade de 20 metros). Portanto, pode-se afirmar, a um nível de confiança de 95%, que não há diferença entre as generalizações obtidas pela transformada *wavelet* de Haar e a obtida pela transformada *wavelet* Symlet, até o nível 3 (grade de 20 metros). Nas generalizações de níveis 4 e 5, a diferença é significativa no mesmo nível de significância.
- 2) As transformadas *wavelets* de Daubechies não se mostraram adequadas à generalização do MDT. Os testes de hipótese realizados ao nível de confiança de 95% mostraram que a diferença entre os resultados é significativa e que, portanto, as transformadas *wavelets* de Daubechies são

menos adequadas à generalização de MDTs do que as transformadas *wavelets* de Haar ou Symlet.

TABELA 4.16 - "z" DO TESTE DE HIPÓTESE (CAPIVARI)

NÍVEL 1 Resolução=5,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	26,11	*****	*****	*****
	DB3	9,41	-20,09	*****	*****
	SYM	-0,13	-26,18	-9,54	*****
	KRIG	0,00	-26,11	-9,41	0,13
NÍVEL 2 Resolução=10,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-9,20	*****	*****	*****
	DB3	-25,73	-20,36	*****	*****
	SYM	-0,75	8,50	25,36	*****
	KRIG	0,45	9,58	25,92	1,19
NÍVEL 3 Resolução=20,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-24,95	*****	*****	*****
	DB3	-32,50	-17,50	*****	*****
	SYM	-1,29	24,30	32,17	*****
	KRIG	0,57	25,27	32,65	1,87
NÍVEL 4 Resolução=40,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-27,57	*****	*****	*****
	DB3	-33,54	-15,29	*****	*****
	SYM	-3,42	25,83	32,56	*****
	KRIG	1,65	28,34	33,96	5,05
NÍVEL 5 Resolução=80,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-25,79	*****	*****	*****
	DB3	-31,57	-13,09	*****	*****
	SYM	-3,45	23,84	30,34	*****
	KRIG	1,90	26,83	32,22	5,35

Nota: KRIG=Krigagem; SYM=Symlet; DBn=Daubechies de ordem n.

Em destaque, as generalizações nas quais as diferenças não são estatisticamente significativas a um nível de significância de 5% ( $|z| < 1,96$ ).

- 3) Não houve diferença, a um nível de significância de 5% (nível de confiança de 95%), entre a generalização por Krigagem e pela transformada *wavelet* de Haar. Quanto às outras generalizações realizadas, somente foram obtidos resultados próximos aos da generalização por

Krigagem com as generalizações pela transformada *wavelet* Symlet até o nível 3 (grade de 20 metros).

#### 4.4.2.2 Avaliação analítica da área de estudo Drenagem

Analogamente ao que foi visto na área Capivari, foram realizadas comparações entre as generalizações realizadas com a área de estudo Drenagem. Novamente, as generalizações por Krigagem e pelas transformadas *wavelets* de Haar e Symlet apresentaram os melhores resultados, com diferenças pequenas na comparação das altitudes dos pontos de verificação com os pontos homólogos na grade original. Por outro lado, as transformadas *wavelets* de Daubechies apresentaram resultados com grandes discrepâncias e, portanto, não se mostraram adequadas à generalização dos MDTs.

Na tabela 4.17 são mostrados os valores de “z”, relativos aos testes de hipótese realizados com os dados das Tabelas 4.11 a 4.14. Da análise desta Tabela, pode-se afirmar que:

- 1) As transformadas *wavelets* de Daubechies (Db2 e Db3) não se mostraram adequadas na generalização do MDT. Em todos os casos, as diferenças foram estatisticamente significativas em comparação com todas as outras generalizações realizadas. Entre a Db2 e a Db3, a generalização por meio da transformada *wavelet* db2 apresentou os melhores resultados.
- 2) A transformada *wavelet* Symlets também não se mostrou apropriada à generalização do MDT. Somente a generalização de nível 1, comparada com a generalização por Krigagem, não mostrou diferença significativa. Em todos os demais casos, a diferença foi significativa, com a generalização por transformada *wavelet* Symlet apresentando os piores resultados.
- 3) A transformada *wavelet* de Haar não apresentou diferença estatisticamente significativa nas generalizações de nível 1 a 4, em comparação com a

generalização por meio de Krigagem. A diferença tornou-se significativa somente na generalização de nível 5 (resolução de 80 metros).

TABELA 4.17 - "Z" DO TESTE DE HIPÓTESE (DRENAGEM)

		HAAR	DB2	DB3	SYM
NÍVEL 1 Resolução=5,0 m	DB2	-8,58	*****	*****	*****
	DB3	-15,85	-9,88	*****	*****
	SYM	<b>0,68</b>	8,97	16,08	*****
	KRIG	<b>1,44</b>	9,71	16,52	<b>0,71</b>
NÍVEL 2 Resolução=10,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-12,67	*****	*****	*****
	DB3	-20,06	-12,40	*****	*****
	SYM	-3,58	10,25	18,83	*****
	KRIG	<b>1,36</b>	12,99	20,48	4,92
NÍVEL 3 Resolução=20,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-14,28	*****	*****	*****
	DB3	-22,44	-13,41	*****	*****
	SYM	-3,85	12,18	21,32	*****
	KRIG	<b>1,70</b>	15,25	22,94	5,64
NÍVEL 4 Resolução=40,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-15,08	*****	*****	*****
	DB3	-22,34	-12,05	*****	*****
	SYM	-5,63	12,19	20,66	*****
	KRIG	<b>1,84</b>	16,02	22,88	7,55
NÍVEL 5 Resolução=80,0 m		HAAR	DB2	DB3	SYM
	DB2	-13,17	*****	*****	*****
	DB3	-19,66	-9,68	*****	*****
	SYM	-6,51	9,76	17,44	*****
	KRIG	2,62	14,48	20,52	9,10

Nota: KRIG=Krigagem; SYM=Symlet; DBn=Daubechies de ordem n.

Em destaque, as generalizações nas quais as diferenças não são estatisticamente significativas a um nível de significância de 5% ( $|z| < 1,96$ ).

## 5 CONCLUSÃO

Os experimentos levados a efeito nesta pesquisa tiveram por objetivo verificar a viabilidade, vantagens e desvantagens da utilização da transformada *wavelet* na generalização de modelos digitais de terreno representados sob a forma de grades regulares. Os resultados obtidos permitiram obter as seguintes conclusões e observações:

1. A transformada *wavelet* é um método viável para se obter a generalização de grades regulares devido à simplicidade de seus algoritmos e à consequente facilidade de implementação, além de ser um método natural de análise multirresolução e permitir sua utilização para a análise, nos diversos níveis de generalização, de outros aspectos do terreno, tais como declividade e curvatura (MALLAT, 1989; BEYER, 2003) e extração de bordas (MALLAT e HWANG, 1992; FONSECA, 2000).
2. A transformada *wavelet* de Haar mostrou ser uma opção vantajosa para a generalização de grades regulares nos casos em que o objetivo principal é a redução do esforço computacional.
3. A generalização por meio de Krigagem apresentou melhores resultados que as generalizações por transformada *wavelet*. Entretanto, esta diferença foi pouco significativa (não houve diferença significativa ao nível de significância de 5%, na comparação com a transformada *wavelet* de Haar). Além disso, a Krigagem exige maior esforço computacional e é um método irreversível, ou seja, não permite a transformação inversa.
4. A simulação de superfícies obtidas por meio de funções matemáticas mostrou ser de grande utilidade por permitir o estudo controlado das condições de contorno.
5. Nos testes realizados com uma superfície simulada, obtida matematicamente, foi possível observar que as transformadas wavelets permitiram a generalização do MDT de maneira eficaz e com erros

compatíveis com o da escala de generalização utilizada.

6. O esforço computacional dispensado para realizar a generalização por transformada *wavelet* mais complexas, como as de Daubechies, não se traduziu em melhoria significativa nos resultados obtidos, podendo-se concluir, sem esgotar o assunto, pela vantagem da utilização da transformada *wavelet* de Haar como função base para a generalização de MDTs por meio desta metodologia.

## 5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros, são indicados:

1. A utilização de grades de maior dimensão, com o objetivo de analisar o comportamento da transformada *wavelet* de níveis maiores que as utilizadas no presente trabalho, e a análise do comportamento da transformada *wavelet*, utilizando-se de outras funções wavelets, como as do tipo Spline, que já foram utilizadas com sucesso na compressão de imagens (MARAR et al., 1996; BERTRAM et al., 2004).
2. Utilização de modelagens matemáticas que simulem modelos de superfície mais próximas da realidade. Tais modelagens podem ser encontradas em autores das áreas de jogos eletrônicos, defesa e realidade virtual (PRUSINKIEWICZ e HAMMEL, 1993; FERNANDES, 2009).
3. Comparação da generalização por transformada *wavelet* com outros métodos, além da Krigagem, tais como a teoria matemática da comunicação (FIRKOWSKI, 2002), convolução cúbica, inversos do quadrado das distâncias e outros, levando-se em consideração tanto a precisão dos resultados quanto o esforço computacional necessário para o processamento e as possibilidades de análise de aspectos do terreno (declividade, curvatura, extração de bordas, visibilidade etc) em diferentes resoluções.

4. Comparação das curvas de nível resultantes do MDT generalizado pela transformada *wavelet* com as mesmas curvas de nível generalizadas por meio do algoritmo de simplificação de linhas de Douglas-Peucker (DOUGLAS e PEUCKER, 1973), a fim de realizar uma análise quantitativa dos resultados observados na Figura 4.22.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABASOLO, J. A.; PERALES, F. J. Wavelet analysis for a new multiresolution model for large-scale textured terrains. In: **Journal of WSCG**, The 11th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision, 2003. v. 11, n. 1. Plzen, Czech Republic. Feb. 3-7, 2003. Disponível em: <[http://dmi.uib.es/~ugiv/papers/mjabasolo,fperales\\_Wavelet.pdf](http://dmi.uib.es/~ugiv/papers/mjabasolo,fperales_Wavelet.pdf)>. Acesso em: Abr. 2006.

ACKERMANN, F. Airborne Laser Scanning for Elevation Models. **GIM International Journal for Geomatics**. v. 10, pp. 24-25. 1996.

ALBUQUERQUE, P. C. G., MURA, J. C., GAMA, F. F. **Projeto de Transposição do Rio São Francisco**. Palestra realizada na Divisão de Sensoriamento Remoto do INPE. 1999.

AXELSSON, P. DEM generation from laser scanner data using adaptive TIN models. In: **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, v.33. p.110-117. Amsterdam, The Netherlands. 2000.

BALTASAVIAS, E. P. Airborne laser scanning: basic relations and formulas. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**. v. 54, pp. 199-214. 1999.

BALTASAVIAS, E. P., FAVEY, E., BAUDER, A., BÖSCH, H., PATERAKI, M. Digital surface modelling by airborne laser scanning and digital photogrammetry for glacier monitoring. **Photogrammetric Record**, v. 17, n. 98, p. 243-273. Oct. 2001.

BERTRAM, M., DACHAINEAU, M. A., HAMANN, B., JOY, K. Generalized B-Spline Subdivision-Surface Wavelets for Geometry Compression. **IEEE transactions on visualization and computer graphics**. v. 10, n. 3, May/June 2004. p. 326-338.

BEYER, G. Terrain inclination and curvature from wavelet coefficients: approximation formulae for the relief. **Journal of Geodesy**. n. 76, p. 557-568. 2003.

BJORN, T. B., NILSEN, S. Wavelet representation of large digital terrain models. **Computers & Geosciences**. n. 29, p. 695-703. 2003.

BRANDALIZE, A. A. Perfilamento a Laser: comparação com métodos fotogramétricos. In: **I Simpósio Brasileiro de Geomática**, Presidente Prudente. 2002

BRASSEL, K. E. , WEIBEL, R. A review and conceptual framework of automatic generalization. **International Journal of GIS**, n.2, p. 229-244. 1988.

BRITO, J. L. N. S., COELHO, L. C. T. **Fotogrametria Digital**. Rio de Janeiro. Editora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. 196 p. 2007.

BURROUGH, P. A. **Principles of Geographical Informational Systems for Land Resources Assessment**. Oxford: Oxford University Press, 1986. 220 p.

BURROUGH, P. A., MCDONNELL, R. A. **Principles of Geographical Informational Systems**. Oxford: Oxford University Press, 1998. 333 p.

BURRUS, C. S., GOPINATH, R. A., GUO, H. **Introduction to wavelets and wavelets transforms: a primer**. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 268 p.

BUSSAB, W. O., MORETTIN, P. A. **Métodos quantitativos: estatística básica**. São Paulo: Atual Editora. 1991. 321 p.



CAMARGO, E. C. G. **Desenvolvimento, Implementação e Teste de Procedimentos Geostatísticos (Krigagem) no Sistema de Processamento de Informações Georreferenciadas (SPRING)**. São José dos Campos, 1997. Dissertação Mestrado – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Disponível em: < <http://www.dpi.inpe.br/teses/eduardo> >. Acesso em: Nov 2009.

CAVASSIM JR, I., CENTENO, J.A.S., MITISHITA, E. A. Utilização de dados do varredor laser na cartografia urbana. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 11, n. 2, p.201-219, Dez. 2005.

CHIEN, P. Endeavour maps the world in three dimensions. **Geoworld**, n.37, p. 32-38. Apr. 2000.

CONGALTON, R. G., GREEN, K. **Assessing the accuracy of remotely sensed data: principles and practices**. New York: Lewis Publishers, 1999. 137 p.

DALMOLIN, Q., DOS SANTOS, D. R. **Sistema Laserscanning: conceitos e princípios de funcionamento**. Curitiba: Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, 2003. 111 p.

DAUBECHIES, I. Parlez-vous Wavelets?. In: CIPRA, B. **What's Happening in the Mathematical Sciences**. American Mathematical Society, v. 2, p.23-26. 1994. Disponível em: <Ingrid Daubechie's Homepage: <http://www.pacm.princeton.edu/~ingrid/> >. Acesso em: Ago. 2008.

DAUBECHIES, I. Where do Wavelets Come From? A personal Point of View. (Invited paper). **Proceedings of IEEE**. V. 84, n. 4, Apr 1996. p. 510-513.

DE OLIVEIRA, H. M. **Análise de Sinais para Engenheiros: Uma abordagem via Wavelets**. Curitiba: Manole, 2005. 171 p.

DOUGLAS, D. H., PEUCKER, T. K. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a line or its caricature. **The Canadian Cartographer**. v. 10, n. 2, p. 112-122. 1973.

EDDINS, S. L. Upslope area functions. **The Mathworks Inc®**. 2007. Disponível em: <<http://mathworks.de>>. Acesso em: Set 2007.

EL-SHEIMY, N., VALEO, C., HABIB, H. **Digital Terrain Modeling: Acquisition, Manipulation and Applications**. Norwood: Artech House, 2005. 257 p.

ERSKINE, R. H., GREEN, T. R., RAMIREZ, J. A., MACDONALD, L. H. Comparison of grid-based algorithms for computing upslope contributing area. **Water Resources Research**. v. 42. Sep. 2006.

FELGUEIRAS, C. A.; MONTEIRO, A. M. V.; CAMARGO, E. C. G.; CÂMARA, G. e FUKS, S. D. Integrating Geostatistical Tools in Geographical Information Systems. In: **Proceedings of the I Brazilian Workshop on GeoInformatics**. Campinas, SP, Out 1999. p. 40-44. Disponível em: <[http://www.dpi.inpe.br/~carlos/trab\\_cientific/geoinfo99.pdf](http://www.dpi.inpe.br/~carlos/trab_cientific/geoinfo99.pdf) >. Acesso em: Set 2009.

LOCH, R. E. N., VARGAS, R. M. A., SCHAFER, A. G. Filtragem e classificação de pontos *laser scanner* utilizando o *software* Terrascan. In: **XIII Simposio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**. Florianopolis, 21-26 Abr 2007. p. 3653-3600.

FERNANDES, A. R. **Artificial Terrain Generation**. 3DLighthouse. Disponível em: <<http://www.lighthouse3d.com/opengl/terrain>>. Acesso em: Abr. 2009.

FIRKOWSKI, H. **Generalização cartográfica de grades retangulares regulares baseada na teoria matemática da comunicação**. Curitiba, 2002. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Paraná.

FONSECA, L. M. G. **Registro automático de imagens de Sensoriamento Remoto baseado em múltiplas resoluções**. São José dos Campos, 2000. Tese de Doutorado – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

HAALA, N., BRENNER, C. Interpretation of Urban Surface Models Using 2D Building Information **Computer vision and image understanding**. v. 72, n. 2, p. 204-214. Nov. 1998.

HAHN, M., SAMADZADEGAN, F. Integration of DTM using Wavelets. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. v. 32, Part 7-4-3 W6, Valladolid, Spain, 3-4 June, 1999.

JANCAITIS, J. R., JUNKINS, J. L. Modeling irregular surfaces. **Photogrammetric Engineering**. v. 39, n. 4, p. 413-420. Apr. 1973.

JONES, C.B. **Geographical Information Systems and Computer Cartography**. Harlow: Longman, 1997. 319 p.

KAISER, G. **A Friendly Guide to Wavelets**. Cambridge: Birkhauser, 1994. 300p.

KIDNER, D. B., SMITH, D. H. Advances in the data compression of digital elevation models. **Computers & Geosciences**. n. 29, p. 985-1002. 2003.

KRAAK, M. J., ORMELING, F. J. **Cartography: visualization of spatial data**. Essex: Longman, 1996. 222 p.

LACTEC. **Instituto de Tecnologia para o desenvolvimento**. Curitiba, PR. 2007.

LEE, D. **Cartographic generalization**. Huntsville: Intergraph Corporation. 1992. 10 p.

LI, Z., ZHU, Q., GOLD, C. **Digital terrain Modeling: Principles and Methodology**. Boca Raton: CRC Press, 2004. 323 p.

LOCH, R. E. N., VARGAS, R. M. A., SCHAFER, A. G. Filtragem e classificação de pontos *laser scanner* utilizando o *software* Terrascan. In: **XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**. Florianopolis, 21-26 Abr 2007. p. 3653-3600.

MALLAT, S. G. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. **IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence**. v. 11, n. 7, p. 674-693. July 1989.

MALLAT, S., HWANG, W. L. Singularity detection and processing with wavelets. **IEEE transactions on information theory**. v. 38, n. 2, Mar. 1992. p. 617-643.

MARAR, J.F., C. FILHO, E. C. B., VASCONCELOS, C. G. Wavelets Polinomiais: Uma Família de Funções Splines para Aplicações em Processamento de Sinais e Imagens. In: **IX SIBGRAPI**. 1996. p. 365-372

MATHER, P.M. **Computer processing of remotely-sensed images: an introduction**. West Sussex: John Wiley & Sons, 1999. 365 p.

MATOS, M. C. **Reconhecimento de Padrões Sísmicos Utilizando Análise de Tempo-Frequência**. Rio de Janeiro, 2004. Tese de Doutorado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

MCMMASTER, R. B. Conceptual frameworks for geographical knowledge. In: BUTTENFIELD, B. P., MCMMASTER, R.B. **Map generalization: Making rules for knowledge representation**. Essex: Longman Scientific & Technical, 1991. Cap 2.

MCMMASTER, R. B., SHEA, K. S. **Generalization in Digital Cartography**. Washington: Association of American Geographers, 1992. 134 p.

MELLO, F. L., DA SILVA, L. F. C. F. Cartographical Data Treatment Analysis for Real Time Three-Dimensional Terrain Visualization. In: DAVIS JR, C. A., MONTEIRO, A. M. V. **Advances in Geoinformatics – VIII Brazilian Symposium on Geoinformatics**. Campos do Jordão, Brazil, Nov. 2006. Springer Berlin Heidelberg, 2007. p. 19-36.

MEYER, P. L. **Probabilidade: Aplicações à Estatística**. 2. ed. Tradução de Lourenço Filho, R. C. B. Rio de Janeiro: LTC. 1983. 426 p.

MEYER, Y. **Wavelets: algorithms and applications**. Philadelphia: SIAM, 1993. 133 p.

MILLER, C. L., LAFLAMME, R. A. The Digital Terrain Model – Theory and Application. **Photogrammetric Engineering**. v. 24, n. 3, p. 433-442. 1958.

MISITI, M., MISITI, Y., OPPENHEIM, G., POGGI, J. M. **Wavelet Toolbox for use with Matlab**. Natick, MA: Mathworks Inc, 1997.

MITISHITA, E. A. **Monorrestituição digital de aerofotos, associada com sistema de computação gráfica C.A.D., para fins de mapeamento na área florestal**. Curitiba, 1997. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Paraná.

MIX, D. F., OLEJNICZAK, K. O. **Elements of Wavelets for Engineers and Scientists**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003. 236 p.

MOORE, I. D., TURNER, A. K., WILSON, J. P., JENSON, S. K., BAND, L. E. GIS and Land-surface-subsurface Process Modelling. In: GOODCHILD, M.F., PARKS, B. O., STEYART, L. T. **Environmental modelling with GIS**. New York: Oxford University Press, 1993. Cap 19.

MORETTIN, P. A. **Ondas e Ondaletas: da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas**. São Paulo: EDUSP - Editora da Universidade de São Paulo. 1999. 272 p.

MÜLLER, J. C., WEIBEL, R., LAGRANGE, J. P., SALGÉ, F. Generalization: state of the art and issues. In: MÜLLER, J. C., LAGRANGE, J. P., WEIBEL, R. (Ed.) **GIS and Generalization: Methodology and Practice**. London, Bristol: Taylor & Francis, 1995. Cap1.

NAMIKAWA, L. M., FELGUEIRAS, C. A., MURA, J. C., ROSIM, S., LOPES, E. S. S. **Modelagem numérica de terreno e aplicações**. São José dos Campos: INPE, 2003. 158 p. (INPE-9900-PUD/129). Disponível em: <[http://mtc\\_m12.sid.inpe.br/rep\\_/sid.inpe.br/marciana/2003/03.10.11.36](http://mtc_m12.sid.inpe.br/rep_/sid.inpe.br/marciana/2003/03.10.11.36)>. Acesso em: Mar. 2007.

NASA. **Mars Orbiter Laser Altimeter**. Disponível em: <<http://www.gfsc.nasa.gov/tharsis/mola.html>> Acesso em: Jun. 2007.

NASA. **Shuttle Radar Topographic Mission**. Disponível em: <<http://www2.jpl.nasa.gov/srtm>>. Acesso: Set. 2004.

NIEVERGELT, Y. **Wavelets Made Easy**. Boston: Birkhäuser, 1999. 297 p.

O'CALLAGHAN, J. F., MARK, D. M. The extraction of drainage networks from digital elevation data, **Computer Vision Graphics Image Processing**. v.28, p. 328– 344. 1984

OLIVEIRA, O. R. F.; PALOMO, D. M. **Utilização de wavelets na multirresolução de imagens**. Disponível em: <[http://www.dpi.inpe.br/~danilo/pessoal/trabalhos/Terrawavelets\\_PDI.pdf](http://www.dpi.inpe.br/~danilo/pessoal/trabalhos/Terrawavelets_PDI.pdf)>. Acesso em: Ago. 2005.

PARKER, J. R. **Algorithms for image processing and computer vision**. New York: John Wiley & Sons, 1997. 417 p.

PEDRINI, H. **An Adaptive Method for Terrain Surface Approximation Based on Triangular Meshes**. Doctoral Thesis. Rensselaer Polytechnic Institute. New York, May 2000. 182 p.

PETZOLD, B., REISS, P., STOSSEL, W. Laser scanning—surveying and mapping agencies are using a new technique for the derivation of digital terrain models. **ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing**. v. 54, p. 95-104. 1999.

PEUCKER, T. K., FOWLER, R. J. , LITTLE, J. J., MARK, D. M. The triangulated irregular network. **Proceedings of International Symposium on Cartography and Computing: (Auto Carto 4)**, Reston, Virginia, pp. 96- 103. November 4-8, 1979.

PFEIFER, N. **Airbone laser scanning: technology, applications and future developments**. UFPR. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Curso de extensão universitária. Curitiba, maio 2005.

PRUSINKIEWICZ, P., HAMMEL, M. A Fractal Model of Mountain with Rivers. **Proceedings of Graphics Interface'93**. Toronto, p. 174-180. May 1993.

RABUS, B., EINEDER, M., ROTH, A., BAMLER, R. The shuttle radar topographic mission – a new class of digital elevation models acquired by spaceborne radar. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**. v. 57, n. 4, p. 241-262. Feb. 2003.

RIVAS, R. A. N. **A Tecnologia Laser Scanning e seu potencial de aplicação no mapeamento topográfico**. Rio de Janeiro, 2002. Dissertação Mestrado - Instituto Militar de Engenharia.

ROBINSON, G. J. The accuracy or digital elevation models derived from digitized contour data. **The Photogrammetric Record**. v. 14, n. 83, p. 805-814. Apr. 1994.

RYTZ, A., BANTEL, E., HOINKES, C., MERKLE, G., SCHELLING, G., BROWN, A., KERS, A. **Cartographic Generalization**. Cartographic Publications Series, n.2. SGK: Schweizerische Gesellschaft für Kartographie, 1977. 61 p.

SANDBERG, K. **The Haar wavelet transform**. Applied mathematics courses: Open Topics in Applied Math. Spring 2000. Disponível em: <<http://amath.colorado.edu/courses/5720/2000Spr/Labs/Haar/haar.html>> Acesso em: Abr. 2006.

SANTOS, P. R. A., GABOARDI, G., OLIVEIRA, L. C. Avaliação da precisão vertical dos modelos SRTM para a Amazônia. **Revista Brasileira de Cartografia**. n. 58/01, p. 101-107. Abr. 2006.

SEIBERT, J., MCGLYNN, B. L. A new triangular multiple flow direction algorithm for computing upslope areas from gridded digital elevation models. **Water Resources Research**. v. 43, Apr. 2007.

SESTER, M. **Research on Topographic Mapping: state-of-art**. Curso de Extensão Universitária. UFPR/CPGCG. Mar. 2006.

SLAMA, C.C. **Manual of Photogrammetry**. 4<sup>th</sup> Edition. Falls Church, VA: American Society of Photogrammetry and Remote Sensing. 1980. 1056 p.

SMITS, P. C., DELLEPIANE, S. G., SCHOWENGERDT, R. A. Quality assessment of image classification algorithms for land-cover mapping: a review and a proposal for a cost-based approach. **International Journal of Remote Sensing**, v. 20, n.8, p. 1461-1486. Aug. 1999.

SPIEGEL, M. R. **Estatística**. Tradução: Crusius, C. A. São Paulo: McGraw-Hill, 1984. 454 p. 2.ed.

SRTM. **Shuttle Radar Topographic Mission**. Disponível em: <[ftp://edcsgs9.cr.usgs.gov/pub/data/srtm/South\\_America/](ftp://edcsgs9.cr.usgs.gov/pub/data/srtm/South_America/)>. Acesso em: Set. 2003.

STEEL, G. D., TORRIE, J.H. **Principies and procedures of statistics**. New York: Mcgraw-Hill, 1960. 481 p.

TARBOTON, D. A new method for the determination of flow directions and upslope areas in grid digital elevation models. **Water Resources Research**. v.33, n.2, p. 309-319. Feb 1997.

TARBOTON, D. Terrain Analysis Using Digital Elevation Models in Hydrology. In: **23rd ESRI International Users Conference**. San Diego, July 7-11, 2003.

TELLES JR, M. A. B. G.; SANTA ROSA, A. N. C. Fusão de imagens multitemporais SPOT-5 e CBERS-2 utilizando transformada *wavelet*. **XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**. Goiânia, GO, 16-21 Abr. 2005.

TERRASCAN. **Terra Solid Limited**. Disponível em: <<http://www.terrasolid.fi>>. Acesso em: Jun. 2007.

THEOBALD, D. M. Accuracy and bias issues in surface representation. In: GOODCHILD, M.; GOPAL, S. (Ed.). **Accuracy of spatial databases**. New York: Taylor&Francis, 1989. Cap. 9.

THUY, V. T., TOKUNAGA, M. Wavelet-based clustering method to detect building in urban area from airborne laser scanner data. **Conference Proceedings of Map Asia 2002**. Bangkok, Thailand. Aug. 07 - 09, 2002. Disponível em: <[www.gisdevelopment.net/technology/ip/techip009pf.htm](http://www.gisdevelopment.net/technology/ip/techip009pf.htm)>. Acesso em: Abr. 2006.

TOPEYE. **Topeye Survey Systems**. Abr. 2005. Disponível em: <[www.topeye.com](http://www.topeye.com)> Acesso em: Jun. 2007.

TRAUTH, M. H. **Matlab Recipes for Earth Sciences**. Second Edition. Berlin: Springer, 2007. 288 p.

USGS. **U.S. Geological Survey** Disponível em: <<http://eros.usgs.gov/products/elevation.html>> Acesso em: Jan. 2007.

VOSSELMAN, G. Slope based filtering of laser altimetry data. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. v. 33. Amsterdam, 2000.

WACK, R., WIMMER, A. Digital Terrain Models from Airborne Laser Scanner Data – A Grid Approach. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing**, v. 34, Part B3, Graz. pp. 293-296. 2002.

WALKER, J. S. **A Primer on Wavelets and Their Scientific Applications**. Boca Raton, Florida: Taylor & Francis, 2008. 300 p.

WEHR, A., LOHR, U. Airbone laser scanning - an introduction and overview. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**. v. 54, p. 68-82, 1999.

WEIBEL, R. Models and experiments for adaptive computer-assisted terrain generalization. **Cartography and Geographic Information Systems**. v. 19, n.3, p.133-153. 1992.

WEIBEL, R. Three essential building blocks for automated generalization. In: MÜLLER, J. C., LAGRANGE, J. P., WEIBEL, R. (Ed.) **GIS and Generalization: Methodology and Practice**. London ; Bristol: Taylor & Francis, 1995. Cap 5.

WEIBEL, R., HELLER, M. Digital terrain modelling. In: Maguire, D., Goodchild, M., Rhind, D. (ed.): **Geographical Information Systems: Principles and Applications**. Wiley & Sons, Inc., 1991. Cap 19.

WEIBEL, R.; HELLER, M. A Framework for Digital Terrain Modeling. **Proceedings of Fourth International Symposium on Spatial Data Handling**. Zurich. p. 219-229. 1990.

WICKERHAUSER, M. V. **Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software**. New York: IEEE Press, 1994. 486 p.

WONG, K. W. Basic Mathematics of Photogrammetry. In: SLAMA, C.C. **Manual of Photogrammetry**. 4<sup>th</sup> Edition. American Society of Photogrammetry and Remote Sensing. Falls Church, Virginia. 1980. Cap 2.

WOOD, J. D. **The geomorphological characterization of digital elevation models**. Leicester, 1996. Phd Thesis. University of Leicester, UK. Disponivel em: <<http://www.soi.city.ac.uk/~jwo/phd/>> Acesso em: Fev. 2006.

XU, D., LIU, H., LI, S. Relief Generalization Based on TIN and RGD (Regular Grid Digital) Elevation Model. **Proceedings of XXIII International Cartographic Conference**. Moscow, Aug 2007.